نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: کار انرژی

تاریخ آزمون: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷

زمان برگزاری: ۲۸۰۰ دقیقه

علیرضا ایدل خانی

۱ - کدام‌یک از گزینه‌های زیر الزاماً صحیح است؟

(۱) وقتی نیروی خالصی به جسمی وارد شود، کار کل انجام شده روی جسم مثبت یا منفی است.

(۲) قضیهٔ کار - انرژی جنبشی تنها برای حرکت یک جسم روی مسیری مستقیم معتبر است.

(۳) هنگامی که کار کل انجام شده در یک مسیر روی جسم صفر است، تندی آن در طول کل مسیر ثابت می‌ماند.

(۴) وقتی تندی جسمی افزایش یابد، کار کل انجام شده روی آن مثبت است.

۲ - جسمی به جرم ۲۰۰ گرم با تندی اولیهٔ $۲۰m/s$ به‌طرف دیواری پرتاب می‌شود و با تندی $۱۵m/s$ به دیوار برخورد می‌کند. کار کل انجام‌شده روی جسم از شروع حرکت تا لحظهٔ برخورد به دیوار، چند ژول است؟

(۱) ۱۷٫۵ (۲) $-۱۷٫۵$ (۳) ۲٫۵ (۴) $-۲٫۵$

۳ - اتومبیلی به جرم یک تن با تندی $۷۲ km/h$ در حرکت است که رانندهٔ اتومبیل ناگهان ترمز می‌کند. اگر اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی بین لاستیک اتومبیل و سطح جاده که سبب توقف اتومبیل می‌شود ثابت و برابر ۵۰۰۰ نیوتون باشد، اتومبیل از اولین لحظهٔ ترمز تا لحظهٔ توقف، چند متر را طی می‌کند؟

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰

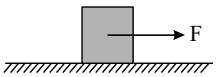
۴ - هواپیمایی به جرم $۶ \times ۱۰^۴ kg$ روی باند پرواز از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از برخاستن از روی باند، در ارتفاع ۶۰۰ متری از سطح باند پرواز، تندی‌اش $۱۰۰\sqrt{۲}\, m/s$ می‌رسد. در این مدت، کار کل نیروهای وارد بر هواپیما و اندازهٔ کار نیروی وزن هواپیما به‌ترتیب چند مگاژول بوده‌اند؟ $(g = ۱۰ N/kg)$

(۱) ۳٫۶ و ۶۰۰ (۲) ۳۶۰ و ۶۰۰ (۳) ۳۶۰ و ۶۰ (۴) ۳٫۶ و ۶۰

۵ - جسمی به جرم ۲ کیلوگرم تحت تأثیر دو نیروی هم‌راستای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ قرار می‌گیرد و تندی آن از $۴m/s$ به $۶m/s$ می‌رسد. اگر نیروی $\vec{F}_۱$ در خلاف جهت حرکت جسم بوده و اندازهٔ کار آن برابر با ۸ ژول باشد، کار نیروی $\vec{F}_۲$ در این مدت چند ژول بوده است؟

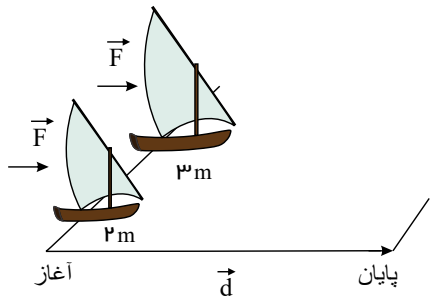
(۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۲۸ (۴) ۳۶

۶ - مطابق شکل جعبه‌ای را با نیروی افقی و ثابت F روی یک سطح افقی بدون اصطکاک می‌کشیم. برای آن که تندی جعبه از صفر به v برسد، کار نیروی F برابر $W_۱$ و برای آن که تندی جعبه از v به $۲v$ برسد، کار نیروی F برابر $W_۲$ است. حاصل $\frac{W_۲}{W_۱}$ کدام است؟



(۱) $\frac{۱}{۳}$ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۷ - دو قایق A و B به‌ترتیب دارای جرم $۲m$ و $۳m$، روی یک خط مستقیم در دریاچهٔ افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان $\vec{F}$ با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصلهٔ d می‌گذرند. کدام گزینه در مورد مقایسهٔ انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها بلافاصله پس از عبور از خط پایان درست است؟



(۱) $v_A = v_B, K_A = K_B$

(۲) $v_A = \sqrt{\frac{۳}{۲}} v_B, K_A = K_B$

(۳) $v_B = v_B, K_A = \frac{۳}{۲} K_B$

(۴) $v_A = \sqrt{\frac{۳}{۲}} v_B, K_A = \frac{۳}{۲} K_B$

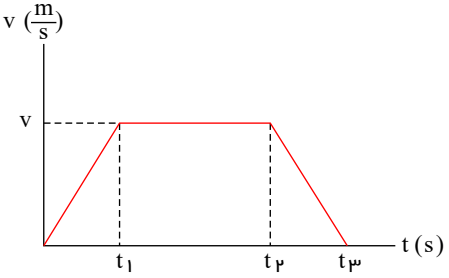
۸ - از بالونی که در ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین و با تندی $۳۰\ m/s$ در پرواز است، بسته‌ای به‌جرم $۲۰kg$ رها می‌شود. اگر اندازهٔ کار نیروی مقاومت هوا روی بسته تا لحظهٔ رسیدن به سطح زمین، $۹۰۰۰J$ باشد، تندی بسته در لحظهٔ برخورد با سطح زمین چند متربرثانیه است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

① ۴۰ ② ۵۰ ③ ۸۰ ④ ۹۰

۹ - جسمی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر ۱۰ درصد از انرژی مکانیکی اولیهٔ جسم، در طول مسیر حرکت تا لحظهٔ برخورد با زمین تلف شود، تندی جسم در لحظهٔ برخورد با زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲})$ و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

① ۲۰ ② $۱۰\sqrt{۶}$ ③ $۵\sqrt{۶}$ ④ $۶\sqrt{۱۰}$

۱۰ - شخصی کیفی را در دست گرفته و در راستای افقی شروع به حرکت می‌کند. نمودار تندی - زمان حرکت شخص به صورت مقابل است. اگر کار انجام شده بر روی کیف در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ برابر با $W_۱$ و در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر با $W_۲$ و در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ برابر با $W_۳$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟



① $W_۱ = W_۳ > W_۲$
② $W_۱ < W_۲ < W_۳$
③ $W_۲ < W_۱ = -W_۳$
④ $W_۲ < W_۱ < W_۳$

۱۱ - جسمی به جرم ۲ کیلوگرم را با تندی ۱۰ متر بر ثانیه در راستای قائم از سطح زمین به‌طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جسم با تندی ۶ متر بر ثانیه به نقطهٔ پرتاب بازگردد، حداکثر ارتفاع جسم از سطح زمین چند متر بوده است؟ $(g = ۱۰\ \frac{N}{kg})$ و کار نیروی مقاومت هوا در هنگام صعود و سقوط جسم برابر بوده است.)

① ۱٫۶ ② ۱٫۸ ③ ۳٫۴ ④ ۵

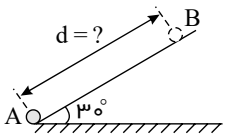
۱۲ - گلوله‌ای را با تندی اولیهٔ v در راستای قائم از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و حداکثر تا ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین بالا می‌رود و هنگامی که به نقطهٔ پرتاب باز می‌گردد، تندی آن $۴۰m/s$ نسبت به v کاهش می‌یابد. اگر اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در تمام مسیر حرکت گلوله ثابت باشد، v چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$

① ۲۰ ② ۴۰ ③ ۶۰ ④ ۸۰

۱۳ - در حین سقوط جسمی در نزدیکی سطح زمین، نسبت اندازهٔ تغییرات انرژی جنبشی جسم به اندازهٔ تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن در یک جابه‌جایی معین برابر با $\frac{۲}{۳}$ می‌باشد. در این جابه‌جایی، نسبت کار نیروی مقاومت هوا به کار نیروی وزن، کدام است؟

① $\frac{۱}{۳}$ ② $-\frac{۱}{۳}$ ③ $\frac{۳}{۵}$ ④ $-\frac{۳}{۵}$

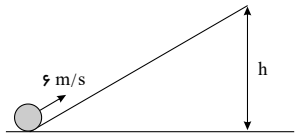
۱۴ - مطابق شکل، جسمی از نقطهٔ A در پایین سطح شیب‌دار با تندی $۳m/s$ در امتداد سطح شیب‌دار پرتاب شده و حداکثر تا نقطهٔ B روی سطح بالا رفته و پس از آن با تندی $\sqrt{۳}m/s$ به نقطهٔ A باز می‌گردد. فاصلهٔ بین نقاط A و B روی سطح شیب‌دار (d) چند متر است؟ $(g = ۱۰N/kg)$ و کار نیروی مقاومت در هنگام بالا رفتن گلوله و پایین آمدن آن روی سطح شیب‌دار باهم برابر است.)



① ۰٫۳ ② ۰٫۶ ③ ۱٫۲ ④ ۱٫۸

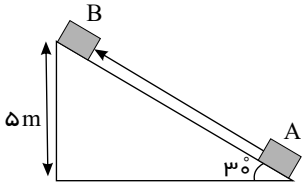
کار انرژی

۱۵ - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ را با تندی $۶m/s$ از پایین سطح شیب‌داری به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اصطکاک جسم با سطح ناچیز باشد، جسم حداکثر تا ارتفاع h روی سطح بالا می‌رود، ولی اگر اصطکاک قابل چشم‌پوشی نباشد، جسم حداکثر تا ارتفاع $\frac{۲}{۳}h$ روی سطح بالا می‌رود. کار نیروی اصطکاک روی جسم در حالت دوم چند ژول است؟ ($g = ۱۰m/s^۲$)



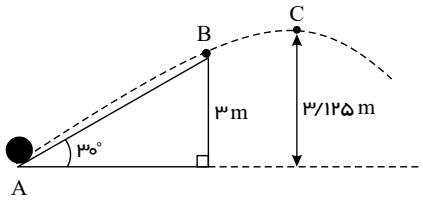
① ۱۲
② -۱۲
③ ۳۶
④ -۳۶

۱۶ - جعبه‌ای را روی سطح شیبدار از نقطهٔ A مطابق شکل مماس بر سطح شیبدار به طرف بالای آن پرتاب می‌کنیم تا به نقطهٔ B برسد. اگر جرم جعبه $۴kg$ و اندازهٔ نیروی اصطکاک در کل مسیر ثابت و برابر $۱۰N$ باشد، کار کل نیروهای وارد بر جسم در این جابه‌جایی چند ژول بوده است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



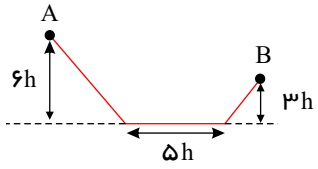
① -۵۰۰
② -۴۰۰
③ ۱۰۰
④ -۳۰۰

۱۷ - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ با تندی اولیهٔ $۱۰m/s$ از نقطهٔ A در امتداد سطح شیبداری پرتاب می‌شود. اگر جسم با تندی $\sqrt{۷٫۵}m/s$ از نقطهٔ C عبور کند، اندازهٔ نیروی اصطکاک بین سطح و جسم چند نیوتن است؟ (نیروی مقاومت هوا ناچیز فرض شود.) $g = ۱۰N/kg$



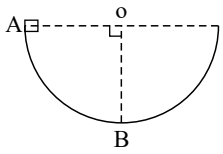
① صفر
② ۲
③ ۳
④ ۵

۱۸ - مطابق شکل زیر، جسمی از نقطهٔ A رها شده و حداکثر تا نقطهٔ B بالا می‌رود. اگر فقط در سطح افقی نیروی اصطکاک داشته باشیم، اندازهٔ نیروی اصطکاک چند برابر اندازهٔ نیروی وزن جسم است؟



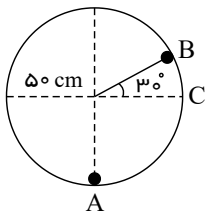
① $\frac{۵}{۳}$
② $\frac{۳}{۵}$
③ $\frac{۶}{۵}$
④ $\frac{۵}{۶}$

۱۹ - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۴kg$ از حال سکون درون نیم‌کره‌ای به قطر $۴m$ از نقطهٔ A رها می‌شود. اگر تندی جسم در نقطهٔ B، $۵m/s$ باشد، کار نیروی اصطکاک روی جسم از A تا B چند ژول است؟ ($g = ۱۰m/s^۲$)



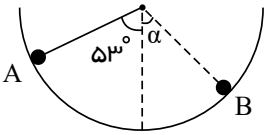
① ۶۰
② ۳۰
③ -۶۰
④ -۳۰

۲۰ - گلوله‌ای به جرم $۴۰۰g$ درون حلقه‌ای به شعاع $۵۰cm$ که در سطح قائم قرار دارد با تندی $۲۰m/s$ از نقطهٔ A می‌گذرد. هنگامی که گلوله روی حلقهٔ بالا می‌رود تندی آن در نقطهٔ B به $۱۵m/s$ می‌رسد. کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



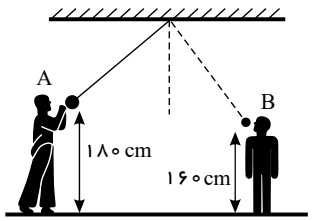
① -۳۲
② ۳۲
③ -۳۵
④ ۳۵

۲۱ - مطابق شکل زیر و در یک نیمکره، گلوله‌ای را از نقطهٔ A رها می‌کنیم. گلوله در مرتبهٔ اول حداکثر تا نقطهٔ B بالا می‌آید و در مسیر AB نصف انرژی اولیهٔ گلوله تلف می‌شود. زاویهٔ α چند درجه است؟ ($\sin ۵۳^\circ = ۰/۸$ و مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را پایین‌ترین نقطهٔ نیمکره در نظر بگیرید.)



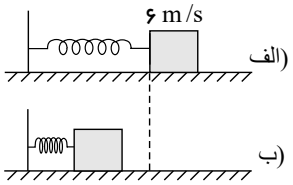
۱) ۳۰
۲) ۳۷
۳) ۵۳
۴) ۶۰

۲۲ - در شکل زیر، شخص A که فاصلهٔ نوک بینی او تا زمین $۱۸۰\,cm$ است، گلوله‌ای را درست در برابر نوک بینی خود گرفته و آن را به سمت شخص B پرتاب می‌کند. اگر فاصلهٔ نوک بینی شخص B تا زمین $۱۶۰cm$ بوده و ۲۰ درصد از انرژی اولیهٔ گلوله بر اثر مقاومت هوا تلف شود، حداکثر تندی پرتاب گلوله چند متر بر ثانیه باشد تا گلوله به شخص B اصابت نکند؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)



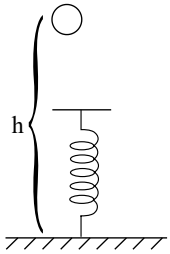
۱) ۰/۲
۲) ۰/۴
۳) ۴
۴) ۲

۲۳ - در شکل زیر جسمی به جرم $۴۰۰g$ در مسیری مستقیم و افقی با تندی $۶\,m/s$ به فنری که طول عادی خود را دارد، برخورد کرده (حالت الف) و آن را فشرده می‌کند. اگر حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در مجموعهٔ جسم و فنر برابر با $۵J$ باشد (حالت ب)، کار نیروی اصطکاک در جابه جایی جسم از موقیت «الف» تا موقعیت «ب» برابر با چند ژول است؟



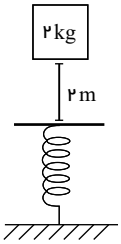
۱) ۱۲/۲
۲) ۲/۲
۳) $-۱۲/۲$
۴) $-۲/۲$

۲۴ - مطابق شکل، جسمی به جرم m از ارتفاع h آزادانه رها می‌شود. جسم به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند. در مدت زمانی که فنر در حال فشرده شدن می‌باشد، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله چگونه تغییر می‌کند و علامت کار نیروی کشسانی فنر بر روی جسم چگونه است؟ (اتلاف انرژی نداریم.)



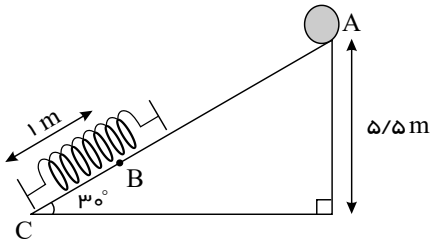
۱) کاهش، منفی
۲) افزایش، منفی
۳) کاهش، مثبت
۴) افزایش، مثبت

۲۵ - مطابق شکل مقابل وزنه‌ای به جرم $۲kg$ بالای فنری با جرم ناچیز و از ارتفاع ۲ متری فنر رها می‌شود و آن را حداکثر $۲۰cm$ فشرده می‌کند. اگر اندازهٔ کار نیروی مقاومت هوا از لحظهٔ رها شدن تا لحظه‌ای که فنر به حداکثر فشردگی می‌رسد برابر با $۴J$ باشد، کار نیروی فنر در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



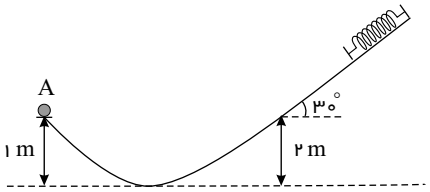
۱) -۴۸
۲) ۴۸
۳) -۴۰
۴) ۴۰

۲۶- جسمی به جرم $۲kg$ را مطابق شکل زیر، از نقطهٔ A بالای سطح شیب‌داری رها می‌کنیم. اگر در حرکت جسم از نقطهٔ A تا نقطهٔ B کار نیروی اصطکاک روی جسم برابر با $-۱۶J$ و انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانهٔ جسم-فنر در نقطهٔ B برابر با $۲۰J$ باشد، تندی جسم در نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ (جرم فنر ناچیز و $g = ۱۰N/kg$ است.)



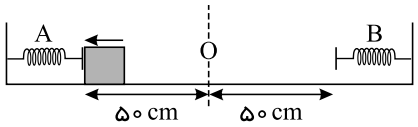
(۱) صفر
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۱۲

۲۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ از نقطهٔ A با تندی اولیهٔ $۷ m/s$ پرتاب می‌شود و پس از برخورد با فنری به جرم ناچیز، آن را حداکثر $۴۰cm$ فشرده می‌کند و حداکثر $۱۰J$ انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره می‌شود. کار نیروی اصطکاک روی جسم از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ حداکثر فشردگی فنر چند ژول است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$)



(۱) -۱۵
(۲) -۱۹
(۳) -۱۱
(۴) -۲۰

۲۸- در شکل زیر، هر دو فنر در طول عادی خود هستند. جسمی به جرم $۲kg$، با تندی $۱۰ m/s$ به فنر A برخورد می‌کند و سپس برمی‌گردد و به فنر B برخورد می‌کند. اگر حداکثر انرژی ذخیره شده در فنرهای A و B به‌ترتیب $۹۹J$ و $۸۶/۵J$ باشد، تندی جسم پس از برخورد به فنر B و زمانی که برمی‌گردد و از نقطهٔ O عبور می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟ (اندازهٔ نیروی اصطکاک را ثابت و برابر با $۱۰N$ در نظر بگیرید و از ابعاد جسم صرف‌نظر کنید)



(۱) $۵\sqrt{۱۷}$
(۲) $۴\sqrt{۵}$
(۳) $\sqrt{۹۳}$
(۴) ۱۰

پاسخنامه تشریحی

۱ – گزینه ۴ به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: وقتی نیروی خالصی به جسم وارد شود، ممکن است کار کل انجام شده روی آن صفر باشد، مانند نیروی خالص وزن که به ماهواره‌ها در حال گردش به دور زمین وارد می‌شود ولی کار نیروی وزن همواره در جابه‌جایی ماهواره صفر است.

گزینهٔ «۲»: قضیهٔ کار – انرژی جنبشی روی هر مسیر خمیده‌ای نیز به‌کار می‌رود.

گزینهٔ «۳»: هنگامی که کار کل انجام شده در یک مسیر روی جسم صفر است، تندی آن در نقاط ابتدا و انتهای مسیر یکسان است، ولی در طول مسیر می‌تواند تغییر کند، مانند گلوله‌ای که در شرایط خلأ از ارتفاع h به طرف بالا پرتاب می‌کنیم و دوباره به نقطهٔ پرتاب باز می‌گردد.

گزینهٔ «۴»: وقتی تندی جسم افزایش می‌یابد الزاماً تغییرات انرژی جنبشی مثبت و لذا طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی کار کل انجام شده روی آن نیز مثبت است.

۲ – گزینه ۲ با توجه به قضیهٔ کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[v_۱=۲۰\,m/s, v_۲=۱۵\,m/s]{m=۲۰۰g=۰/۲kg} W_t = \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times (۱۵^۲ - ۲۰^۲)$$

$$\Rightarrow Wt = \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times (۲۲۵ - ۴۰۰) = -۱۷/۵J$$

۳ – گزینه ۲

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \; W_t = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰۰ \times ۰ - \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰۰ \times (۷۲ \div ۳/۶)^۲ = -۲۰۰۰۰۰J$$

$$\Rightarrow \; W_{mg} + W_N + W_{f_k} = -۲۰۰۰۰۰J \xrightarrow{W_{mg}=W_N=۰} W_{f_k} = -۲۰۰۰۰۰J$$

$$\Rightarrow (f_k \cos\theta)d = -۲۰۰۰۰۰ \xrightarrow[\cos ۱۸۰^\circ=-۱]{\theta=۱۸۰^\circ} -۵۰۰۰ \times d = -۲۰۰۰۰۰ \Rightarrow d = ۴۰m$$

۴ – گزینه ۲ از آن‌جا که تندی اولیه، تندی ثانویه و جرم هواپیما معلوم‌اند، با استفاده از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی، کار کل نیروهای وارد بر هواپیما را به‌دست می‌آوریم:

$$W_{کل} = \Delta K = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[v_۲=۱۰۰\sqrt{۲}m/s]{v_۱=۰\;,\; m=۶\times۱۰^۴kg} W_{کل} = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۱۰^۴ \times ((۱۰۰\sqrt{۲})^۲ - ۰)$$

$$\Rightarrow W_{کل} = ۶۰۰ \times ۱۰^۶J = ۶۰۰ \times ۱۰^۶J \times (\frac{۱۰^{-۶}MJ}{۱J}) = ۶۰۰MJ$$

کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و اندازهٔ آن از رابطهٔ $|mg\Delta h|$ به‌دست می‌آید. بنابراین:

$$|W_{وزن}| = |mg\Delta h| \xrightarrow[m=۶\times۱۰^۴kg]{\Delta h=۶۰۰m} |W_{وزن}| = ۶ \times ۱۰^۴ \times ۱۰ \times ۶۰۰ = ۳۶۰ \times ۱۰^۶J$$

$$= ۳۶۰ \times ۱۰^۶J \times (\frac{۱۰^{-۶}MJ}{۱J}) = ۳۶۰MJ$$

۵ – گزینه ۳ کار کل انجام شده روی جسم برابر با مجموع کار نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲}$$

از طرفی طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی، $W_t = \Delta K$ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta K = W_{F_۱} + W_{F_۲} \Rightarrow \; \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = W_{F_۱} + W_{F_۲}$$

چون نیروی $\vec{F}_۱$ در خلاف جهت حرکت بر جسم اثر می‌کند، کار این نیرو منفی است.

$$\Rightarrow \; \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۶^۲ - ۴^۲) = -۸ + W_{F_۲} \Rightarrow \; W_{F_۲} = ۲۸J$$

۶ – گزینه ۲

$$W_۱ = \Delta K_۱ \xrightarrow{\Delta K_۱ = \frac{۱}{۲}mv^۲ - ۰} W_۱ = \frac{۱}{۲}mv^۲ \quad (۱)$$

$$W_۲ = \Delta K_۲ \xrightarrow{\Delta K_۲ = \frac{۱}{۲}m(۲v)^۲ - \frac{۱}{۲}mv^۲} W_۲ = \frac{۳}{۲}mv^۲ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)} \frac{W_۲}{W_۱} = \frac{\frac{۳}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mv^۲} = ۳$$

۷ - گزینه ۲ با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K$$

$$(W_t)_A = \Delta K_A \xrightarrow{(W_t)_A = Fd} Fd = K_A \quad (۱)$$

$$(W_t)_B = \Delta K_B \xrightarrow{(W_t)_B = Fd} Fd = K_B \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} K_A = K_B$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}(۲m)v_A^۲ = \frac{۱}{۲}(۳m)v_B^۲ \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{۳}{۲}}v_B$$

۸ - گزینه ۱ با استفاده از قانون پایستگی انرژی و با در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$W_f = E_۲ - E_۱ \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = (K_۲ + U_۲) - (K_۱ + U_۱)$$

$$= (\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲) - (\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱)$$

$$\xrightarrow[v_۲=?\ ,\ h_۲=۰]{v_۱=۳۰\ m/s\ ,\ h_۱=۸۰m} -۹۰۰۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times v_۲^۲ - \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times ۳۰^۲ - ۲۰ \times ۱۰ \times ۸۰$$

$$\Rightarrow -۹۰۰۰ = ۱۰v_۲^۲ - ۹۰۰۰ - ۱۶۰۰۰ \Rightarrow v_۲^۲ = ۱۶۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۴۰\ m/s$$

۹ - گزینه ۴

$$E = E_۰ - \frac{۱۰}{۱۰۰}E_۰ = \frac{۹۰}{۱۰۰}E_۰ = ۰/۹\ E_۰$$

$$\Rightarrow U + K = ۰/۹\ (U_۰ + K_۰) \xrightarrow{K_۰=۰\ ,\ U=۰} K = ۰/۹\ U_۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = ۰/۹\ mgh_۰ \Rightarrow v = \sqrt{۱/۸gh_۰} = \sqrt{۱/۸ \times ۱۰ \times ۲۰} = ۶\sqrt{۱۰}m/s$$

پس پاسخ گزینهٔ ۴ است.

۱۰ - گزینه ۳ باتوجه به قضیهٔ کار - انرژی جنبشی در بازه‌های زمانی مختلف برای کیف داریم:

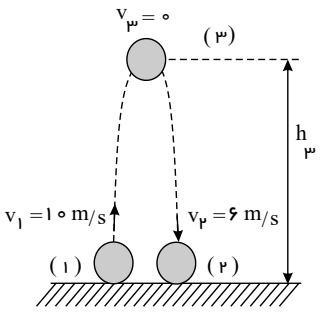
$t_۱$ تا $t_۰$: $(\Delta K)_۱ > ۰ \Rightarrow W_۱ > ۰$

$t_۲$ تا $t_۱$: $(\Delta K)_۲ = ۰ \Rightarrow W_۲ = ۰ \xrightarrow{(۱)} W_۲ < W_۱ = -W_۳$

$t_۳$ تا $t_۲$: $(\Delta K)_۳ < ۰ \Rightarrow W_۳ < ۰$

۱۱ - گزینه ۳

با در نظرگرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی و استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم:



$$W_{\text{مقاوم(صعود)}} = W_{\text{مقاوم(سقوط)}} = \frac{۱}{۲}W_{\text{مقاوم}} \Rightarrow W_{\text{مقاوم}} = E_۲ - E_۱ = (K_۲ + U_۲) - (K_۱ + U_۱)$$

$$= (\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲) - (\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱) \xrightarrow{h_۱=۰\ ,\ h_۲=۰} W_{\text{مقاوم}} = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۶^۲ - ۱۰^۲) = -۶۴J \Rightarrow W_{\text{مقاوم(صعود)}} = W_{\text{مقاوم(صعود)}} = -۳۲J$$

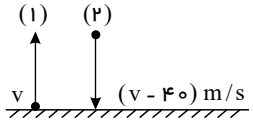
اگر حرکت جسم را فقط در هنگام صعود در نظر بگیریم:

$$W_{\text{مقاوم(صعود)}} = E_۳ - E_۱ = (K_۳ + U_۳) - (K_۱ + U_۱)$$

$$(\frac{۱}{۲}mv_۳^۲ + mgh_۳) - (\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱) \xrightarrow{v_۳=۰\ ,\ h_۱=۰} W_{\text{مقاوم(صعود)}} = mgh_۳ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow -۳۲ = ۲ \times ۱۰ \times h_۳ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^۲ \Rightarrow -۳۲ = ۲۰h_۳ - ۱۰۰ \Rightarrow h_۳ = ۳/۴m$$

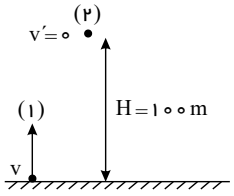
۱۲ - گزینه ۳ چون اتلاف انرژی داریم و کار نیروی مقاومت هوا در هر دو مسیر رفت و برگشت یکسان و برابر W_f است، داریم:



$$۲W_f = E_۲ - E_۱ \Rightarrow ۲W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[v_۱=v]{v_۲=(v-۴۰)m/s} ۲W_f = \frac{۱}{۲}m[(v-۴۰)^۲ - v^۲]$$

$$\Rightarrow ۲W_f = \frac{۱}{۲}m[(v-۴۰)-v][(v-۴۰)+v] \Rightarrow W_f = -۲۰m(v-۲۰) \quad (۱)$$

حال اگر رابطهٔ پایستگی انرژی را بین دو نقطهٔ اوج و نقطهٔ پرتاب در مسیر رفت در نظر بگیریم، داریم:



$$W_f = E'_۲ - E_۱ \xrightarrow{(۱)} -۲۰m(v-۲۰) = mgH + ۰ - (\frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰)$$

$$-۲۰ \times (v-۲۰) = ۱۰ \times ۱۰۰ - \frac{۱}{۲}v^۲ \Rightarrow \frac{v^۲}{۲} - ۲۰v - ۶۰۰ = ۰$$

$$\Rightarrow v^۲ - ۴۰v - ۱۲۰۰ = ۰ \Rightarrow (v-۶۰)(v+۲۰) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v - ۶۰ = ۰ \Rightarrow v = ۶۰m/s \text{ ق ق} \\ v + ۲۰ = ۰ \Rightarrow v = -۲۰m/s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۱۳ - گزینه ۲ در حین سقوط جسم بخشی از انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. پس علامت تغییرات انرژی جنبشی و تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی مخالف یکدیگر می‌باشند. طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$W_f = E_۲ - E_۱ = (K_۲ + U_۲) - (K_۱ + U_۱)$$

$$= (K_۲ - K_۱) + (U_۲ - U_۱) = \Delta K + \Delta U \xrightarrow{\frac{\Delta K}{\Delta U} = -\frac{۲}{۳}} W_f = -\frac{۲}{۳}\Delta U + \Delta U = \frac{۱}{۳}\Delta U \quad (۱)$$

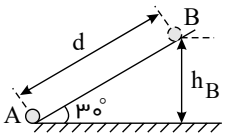
از طرفی کار نیروی وزن همواره برابر است با:

$$W_{mg} = -\Delta U \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)} \frac{W_f}{W_{mg}} = \frac{\frac{۱}{۳}\Delta U}{-\Delta U} = -\frac{۱}{۳}$$

۱۴ - گزینه ۲

در هنگام بالا رفتن و یا پایین آمدن گلوله، نیروی وزن و نیروهای مقاوم (اصطکاک و مقاومت هوا) بر روی گلوله کار انجام می‌دهند. با در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی، اگر از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی هنگام بالا رفتن لوله و پایین آمدن آن روی سطح شیبدار استفاده کنیم، داریم:



بالا رفتن : $W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاوم ۱}} = K_B - K_{۱A} \Rightarrow -\Delta U + W_{\text{مقاوم ۱}} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - \frac{۱}{۲}mv_{۱A}^۲$

$$\xrightarrow{v_B=۰} -mgh_B + W_{\text{مقاوم ۱}} = -\frac{۱}{۲}mv_{۱A}^۲ = -\frac{۱}{۲}m \times ۳^۲ = -\frac{۹}{۲}m \quad (۱)$$

پایین آمدن : $W_{\text{وزن}} + W_{\text{۲ مقاوم}} = K_{۲A} - K_B \Rightarrow -\Delta U + W_{\text{۲ مقاوم}} = \frac{۱}{۲}mv_{۲A}^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_B^{۲}$

$\xrightarrow{v_B=۰} -mg(۰ - h_B) + W_{\text{۲ مقاوم}} = \frac{۱}{۲}mv_{۲A}^{۲} = \frac{۱}{۲}m \times (\sqrt{۳})^{۲} = \frac{۳}{۲}m \quad (۲)$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} -mgh_B + W_{\text{۱ مقاوم}} = -\frac{۹}{۲}m \\ mgh_B + W_{\text{۲ مقاوم}} = \frac{۳}{۲}m \\ W_{\text{۱ مقاوم}} = W_{\text{۲ مقاوم}} = W_{\text{مقاوم}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -mgh_B + W_{\text{مقاوم}} = -\frac{۹}{۲}m \\ mgh_B + W_{\text{مقاوم}} = \frac{۳}{۲}m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mgh_B = ۳m \\ W_{\text{مقاوم}} = -\frac{۳}{۲}m \end{cases}$$

بنابراین:

$$mgh_B = ۳m \xrightarrow{\text{حذف } m \text{ از طرفین}} gh_B = ۳ \Rightarrow ۱۰h_B = ۳ \Rightarrow h_B = ۰/۳m$$

از طرفی:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h_B}{d} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۰/۳}{d} \Rightarrow d = ۰/۶m$$

۱۵ - گزینه ۲ در حالت اول انرژی مکانیکی پایسته است و با در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، می‌توان نوشت:

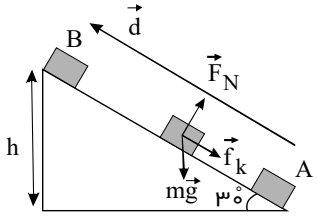
$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ = U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^{۲} = mgh \xrightarrow{\div m} \frac{۱}{۲}v_۱^{۲} = gh \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۳۶ = ۱۰h \Rightarrow h = ۱/۸m$$

در حالت دوم، اصطکاک باعث اتلاف انرژی خواهد شد و کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_f = E_۲ - E_۱ = mg(\frac{۲}{۳}h) - \frac{۱}{۲}mv_۱^{۲}$$

$$\Rightarrow W_f = ۲ \times ۱۰ \times (\frac{۲}{۳} \times ۱/۸) - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۳۶ = ۲۴ - ۳۶ = -۱۲J$$

۱۶ - گزینه ۴ مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$W_{F_N} = ۰$$
$$W_{mg} = -mgh = -۴ \times ۱۰ \times ۵ = -۲۰۰J$$
$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{d} \Rightarrow d = ۱۰m$$

$$W_{f_k} = (f_k \cos\theta)d \xrightarrow[\cos\theta=-۱]{\theta=۱۸۰^\circ} W_{f_k} = -f_k \times d = -۱۰ \times ۱۰ = -۱۰۰J$$

کار کل: $W_t = W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} = ۰ + (-۲۰۰) + (-۱۰۰) = -۳۰۰J$

۱۷ - گزینه ۴ در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ C ، دو نیروی وزن و اصطکاک سطح روی جسم کار انجام می‌دهند، با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_C - K_A \Rightarrow W_{mg} + W_f = K_C - K_A$$

$$\Rightarrow -mgh + W_f = \frac{۱}{۲}m(V_C^{۲} - V_A^{۲})$$

$$\Rightarrow -۲ \times ۱۰ \times ۳/۱۲۵ + W_f = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۷/۵ - ۱۰۰)$$

$$\Rightarrow W_f = -۳۰J$$

با توجه به تعریف کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی جسم از نقطهٔ A تا نقطهٔ B و در نظر گرفتن این نکته که در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به زاویهٔ ۳۰° برابر با نصف وتر است، داریم:

$$W_f = fd\cos ۱۸۰^\circ \Rightarrow -۳۰ = f \times ۶ \times (-۱) \Rightarrow f = ۵N$$

۱۸ - گزینه ۲ در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B کار نیروهای وزن و اصطکاک روی جسم را جداگانه حساب می‌کنیم:

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -mg(۳h - ۶h) = ۳mgh$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -f_k \times ۵h = -۵f_k h$$

$$W_N = ۰$$

حال طبق رابطهٔ قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

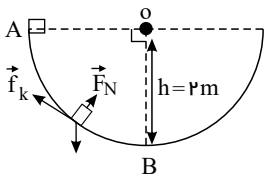
$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{mg} + W_N + W_{f_k} = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow ۳mgh + ۰ - ۵f_k h = ۰ - ۰ \Rightarrow f_k = \frac{۳}{۵}mg$$

۱۹ - گزینه ۴

نیروی وزن، نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک به جسم اثر می‌کنند. طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$W_t = K_B - K_A$: قضیه کار - انرژی جنبشی



$$W_{f_N} + W_{mg} + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - \frac{۱}{۲}mv_A^۲ \Rightarrow ۰ + mgh + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - ۰$$

$$\Rightarrow ۴ \times ۱۰ \times ۲ + W_{f_k} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۵^۲ \Rightarrow W_{f_k} = -۳۰J$$

۲۰ - گزینه ۱ اگر نقطهٔ A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم $U_A = ۰$ خواهد شد و ارتفاع نقطهٔ B از مبدأ برابر است با:

$$h_B = ۰/۵ + ۰/۲۵ = ۰/۷۵m$$

انرژی مکانیکی گلوله در نقطهٔ B برابر است با:

$$E_B = K_B + U_B = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ + mgh_B$$

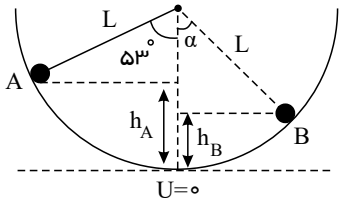
$$= \frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times (۱۵)^۲ + ۰/۴ \times ۱۰ \times ۰/۷۵ = ۴۸J$$

$$E_A = \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times (۲۰)^۲ = ۸۰J$$

$$W_{f_k} = E_B - E_A = ۴۸ - ۸۰ = -۳۲J$$

۲۱ - گزینه ۲

با توجه به شکل روبرو و در نظر گرفتن این نکته که گلوله در نقطه‌های A و B ساکن است، داریم:



$$h_A = L - L\cos ۵۳^\circ \Rightarrow h_A = ۰/۴L$$

$$h_B = L - L\cos\alpha \Rightarrow h_B = L(۱ - \cos\alpha)$$

$$E_B - E_A = -\frac{۱}{۲}E_A \Rightarrow E_B = \frac{۱}{۲}E_A \Rightarrow K_B + U_B = \frac{۱}{۲}(K_A + U_A) \xrightarrow{K_A = K_B = ۰} U_B = \frac{۱}{۲}U_A$$

$$\Rightarrow mgh_B = \frac{۱}{۲}mgh_A \Rightarrow L(۱ - \cos\alpha) = \frac{۱}{۲} \times ۰/۴L \Rightarrow \cos\alpha = ۰/۸ \Rightarrow \alpha = ۳۷^\circ$$

۲۲ - گزینه ۴ حداکثر تندی پرتاب گلوله تا به شخص B اصابت نکند، مقداری است که به ازای آن سرعت گلوله در رسیدن به شخص B صفر شود.

$$E_B = E_A - \frac{۲۰}{۱۰۰}E_A = \frac{۸۰}{۱۰۰}E_A = ۰/۸\,E_A \Rightarrow U_B + K_B = ۰/۸\,(U_A + K_A)$$

$$\xrightarrow{k_B = ۰} mgh_B = ۰/۸\,(mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_۰^۲) \Rightarrow gh_B = ۰/۸\,gh_A + ۰/۴\,v_۰^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۱/۶ = ۰/۸ \times ۱۰ \times ۱/۸ + ۰/۴\,v_۰^۲ \xrightarrow{\text{تقسیم بر } ۰/۴} ۱۰ \times ۴ = ۲ \times ۱۰ \times ۱/۸ + v_۰^۲$$

$$\Rightarrow ۴۰ = ۳۶ + v_۰^۲ \Rightarrow v_۰^۲ = ۴ \Rightarrow v_۰ = ۲m/s$$

۲۳ - گزینه ۴ با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی می توانیم این مسئله را حل کنیم در این مسئله فقط نیروی کشسانی فنر و اصطکاک کار انجام می‌دهند.

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -(U_۲ - U_۱) = -۵J$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_f + W_{\text{فنر}} = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow W_f - ۵ = ۰ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow W_f - ۵ = -\frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times ۳۶ \Rightarrow W_f = -۲/۲J$$

۲۴ - گزینه ۱ در حین فشرده شدن چون ارتفاع جسم در حال کاهش است، بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می‌یابد.
جهت نیروی فنر با جهت تغییر طول فنر مخالف است و بنابراین در هنگام فشرده‌شدن فنر قائم، نیرویی رو به بالا به جسم وارد می‌کند. بنابراین جهت نیروی فنر و جابه‌جایی مخالف است. پس علامت کار آن منفی است.

۲۵ - گزینه ۳ طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta h_{\text{کل}} = ۲ + ۰/۲ = ۲/۲m$$

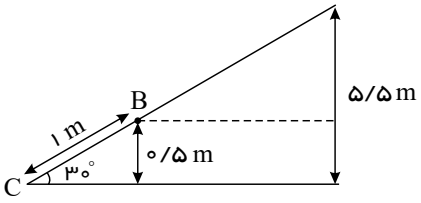
$$W_{\text{کل}} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{\text{کل}} = ۰ - ۰ = ۰$$

$$W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{\text{فنر}} + W_{\text{هوا}}$$

$$۰ = ۲ \times ۱۰ \times ۲/۲ + W_{\text{فنر}} + (-۴) \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -۴۰J$$

۲۶ - گزینه ۳

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -۲۰J$$

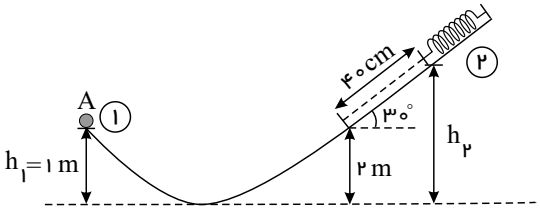


طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} + W_{\text{فنر}} = K_B - K_A$$
$$\Rightarrow mgh + W_{f_k} + W_{\text{فنر}} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow ۲ \times ۱۰ \times ۵ - ۱۶ - ۲۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_B^۲ \Rightarrow v_B = ۸m/s$$

۲۷ - گزینه ۱

$$h_۲ = ۲ + ۰/۴ \sin ۳۰^\circ = ۲ + ۰/۴ \times \frac{۱}{۲} = ۲/۲m$$



$$W_f = E_۲ - E_۱ = (U_g + U_e + K)_۲ - (U_g + K)_۱$$

$$\Rightarrow W_f = (U_۲ - U_۱)_g + U_{e_۲} - K_۱$$

$$= mg(h_۲ - h_۱) + U_{e_۲} - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

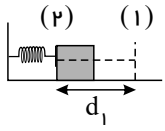
$$\Rightarrow W_f = ۲ \times ۱۰ \times (۲/۲ - ۱) + ۱۰ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۷^۲$$

$$\Rightarrow W_f = ۲۴ + ۱۰ - ۴۹ = -۱۵J$$

۲۸ - گزینه ۲ حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر هنگامی است که تندی جسم برابر با صفر باشد. برای حل مسئله، قضیهٔ کار - انرژی جنبشی را در مراحل مختلف حرکت می‌نویسیم:

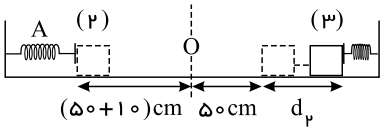
۱) از لحظهٔ برخورد به فنر A تا توقف جسم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{f_k} + W_e = K_۲ - K_۱$$
$$\Rightarrow -f_k d_۱ - \Delta U_e = ۰ - K_۱$$
$$\Rightarrow -۱۰ \times d_۱ - ۹۹ = -\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^۲ \Rightarrow d_۱ = ۰/۱m$$

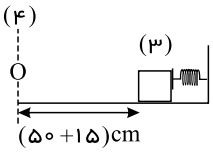


۲) از حداکثر فشردگی در فنر A تا حداکثر فشردگی در فنر B:

$$W_t = K_۳ - K_۲ \Rightarrow W_{e_A} + W_{e_B} + W_{f_k} = ۰ - ۰$$
$$\Rightarrow -\Delta U_{e_A} - \Delta U_{e_B} - f_k(۰/۶ + ۰/۵ + d_۲) = ۰$$
$$-(-۹۹) - ۸۶/۵ - ۱۰ \times ۰/۶ - ۱۰ \times ۰/۵ - ۱۰d_۲ = ۰$$
$$\Rightarrow ۱۰d_۲ = ۱/۵ \Rightarrow d_۲ = ۰/۱۵m$$



۲) از حداکثر فشردگی در فنر B تا عبور از نقطهٔ O:



$W_t'' = K_۴ - K_۳ \Rightarrow W_{e_B} + W_{f_k} = K_۴ - ۰$

$\Rightarrow -\Delta U_{e_B} - f_k d = \frac{۱}{۲} m v_۴^۲$

$\Rightarrow -(-۸۶/۵) - ۱۰ \times (۰/۵ + ۰/۱۵) = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_۴^۲$

$\Rightarrow v_۴^۲ = ۸۰ \Rightarrow v_۴ = ۴\sqrt{۵}\, m/s$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۵ - ۳	۹ - ۴	۱۳ - ۲	۱۷ - ۴	۲۱ - ۲	۲۵ - ۳
۲ - ۲	۶ - ۲	۱۰ - ۳	۱۴ - ۲	۱۸ - ۲	۲۲ - ۴	۲۶ - ۳
۳ - ۲	۷ - ۲	۱۱ - ۳	۱۵ - ۲	۱۹ - ۴	۲۳ - ۴	۲۷ - ۱
۴ - ۲	۸ - ۱	۱۲ - ۳	۱۶ - ۴	۲۰ - ۱	۲۴ - ۱	۲۸ - ۲