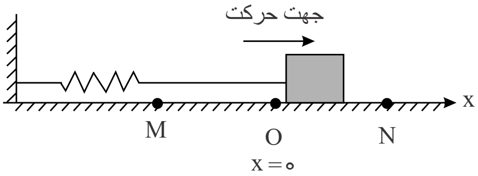
نام و نام خانوادگی: **زمان برگزاری: ۰ دقیقه**

نام آزمون: bime **۷** g

تاریخ آزمون: ۱۳۹۹/۱۰/۰۱ علیرضا ایدل خانی

۱ - در شکل زیر جسمی به انتهای فنری متصل بوده و روی سطح افقی بین دو نقطهٔ M و N در حال حرکت نوسانی ساده است. جهت نیروی وارد بر نوسانگر و نوع حرکت در این لحظه چگونه است؟



۱) در جهت محور x، تندشونده

۲) در خلاف جهت محور x، تندشونده

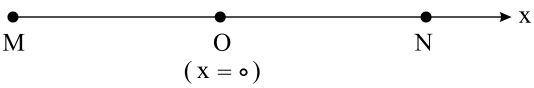
۳) در جهت محور x، کندشونده

۴) در خلاف جهت محور x، کندشونده

۲ - نوسانگری بر روی یک پاره‌خط، حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. اگر در یک بازهٔ زمانی معین، جهت حرکت نوسانگر ثابت باشد اما جهت نیروی وارد بر آن یک‌بار تغییر کند، نوع حرکت نوسانگر در این بازهٔ زمانی، چگونه بوده است؟

۱) پیوسته کندشونده ۲) پیوسته تندشونده ۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده ۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

۳ - نوسانگری روی محور x و در مسیر MN حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد حرکت این نوسانگر صحیح است؟ ($\overline{MO} = \overline{ON}$)



الف) در جابه‌جایی متحرک از N به O، نوع حرکت کندشونده است.

ب) تغییر جهت حرکت در انتهای مسیر حرکت نوسانگر صورت می‌گیرد.

ج) با صفر شدن تندی نوسانگر، جهت بردار مکان نوسانگر تغییر می‌کند.

د) اگر جابه‌جایی نوسانگر مثبت باشد، حتماً در حال دور شدن از نقطهٔ تعادل است.

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) ۳

۴ - کدام‌یک از گزینه های زیر درباره حرکت هماهنگ ساده، الزاماً صحیح است؟

۱) جهت نیروی بازگرداننده، ثابت ولی اندازهٔ آن متغیر است.

۲) با حرکت از یک انتها به انتهای دیگر پاره‌خط نوسان، ابتدا حرکت، تندشونده و سپس کندشونده است.

۳) در لحظه‌هایی که اندازه آهنگ تغییر لحظه‌ای تکانه در حال افزایش است، انرژی جنبشی نیز در حال افزایش است.

۴) در بازه‌های زمانی که حرکت نوسانگر تندشونده است، اندازه نیروی بازگرداننده در حال افزایش است.

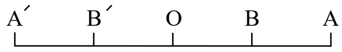
۵ - معادلهٔ مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0{,}02\cos 100\pi t$ است. در بازهٔ زمانی صفر تا $\frac{1}{150}s$ ، چند ثانیه سرعت و شتاب متحرک در خلاف جهت هم بوده‌اند؟

۱) $\frac{1}{200}$ ۲) $\frac{1}{600}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{150}$

۶ - معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x = 0{,}2\cos(10\pi t)$ است. پس از لحظهٔ $t = 0$ در لحظهٔ t_1، نوسانگر برای اولین بار بیشینهٔ تندی را دارد و در لحظهٔ t_2 برای دومین بار پس از لحظهٔ $t = 0$ اندازهٔ شتاب بیشینه شده‌است. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۷ - در شکل زیر، نوسانگری برروی پاره‌خط $AA' = ۱۶cm$ حول نقطهٔ تعادل O حرکت نوسانی ساده دارد. اگر این نوسانگر طول OB' را در مدت ۱ ثانیه بپیماید، طول BA را در چند ثانیه خواهد پیمود؟ $(\overline{B'O} = ۴\sqrt{۲}cm \ \overline{OB} = ۴\sqrt{۳}cm)$



① $\frac{۱}{۳}$ ② $\frac{۲}{۳}$ ③ $\frac{۳}{۲}$ ④ ۳

۸ - دورهٔ تناوب یک نوسانگر هماهنگ ساده که در امتداد قائم نوسان می‌کند برابر با $T = ۵s$ و دامنهٔ نوسان‌های آن برابر با $A = ۶cm$ است. اگر نوسانگر از مکان $x = +A$ حرکت خود را آغاز کند، در لحظهٔ $t = \frac{۵}{۳}s$ نوسانگر در حال .... از نقطهٔ تعادل است و تندی آن در حال .... است.

① دور شدن، افزایش ② دور شدن، کاهش ③ نزدیک شدن، افزایش ④ نزدیک شدن، کاهش

۹ - درحرکت نوسانی ساده، کمینهٔ زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه چند برابر بیشینه زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه است؟

① $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ② $\frac{۱}{۲}$ ③ $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ④ بستگی به مکان نوسانگر دارد

۱۰ - نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در هر دقیقه ۶۰ بار مسیری به طول ۱۰ سانتی‌متر را طی می‌کند. بیشترین سرعت متوسط این نوسانگر در مدت نیم‌دوره برابر با چند متر بر ثانیه است؟

① ۰٫۱ ② ۰٫۱۵ ③ ۰٫۲ ④ ۰٫۲۵

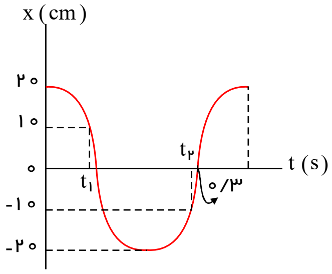
۱۱ - نوسانگری حول مبدأ مکان و روی محور x، حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ نوسان‌های $۲۰cm$ انجام می‌دهد. بردار مکان نوسانگر در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ در SI به‌ترتیب برابر با $\vec{r_۱} = ۰٫۱\,\vec{i}$ و $\vec{r_۲} = -۰٫۱\,\vec{i}$ است به طوری که $t_۲ - t_۱ = ۰٫۲s$ است. اگر حرکت نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ کندشونده و در لحظهٔ $t_۲$ تندشونده باشد، کم‌ترین بسامد نوسان‌های این نوسانگر چند هرتز است؟

① $\frac{۲۵}{۶}$ ② $\frac{۵}{۳}$ ③ $\frac{۵}{۶}$ ④ ۲٫۵

۱۲ - نوسانگری با بسامد $۷Hz$ و دامنهٔ $۲۰cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ در فاصلهٔ ۳۴ سانتی‌متری از یک انتهای مسیر نوسان و در لحظهٔ $t_۲$ در فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری از نقطهٔ تعادل قرار دارد. اگر نوع حرکت نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ کندشونده و در لحظهٔ $t_۲$ تندشونده باشد، حداقل مقدار $(t_۲ - t_۱)$ چند ثانیه است؟ $(\sqrt{۳} \simeq ۱٫۷\ ,\ \sqrt{۲} \simeq ۱٫۴\ ,\ t_۲ > t_۱)$

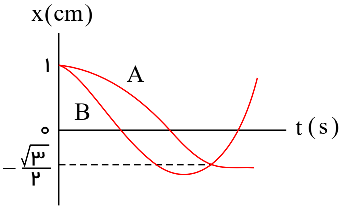
① $\frac{۱}{۱۲}$ ② $\frac{۱}{۶}$ ③ $\frac{۱}{۲۴}$ ④ $\frac{۱}{۱۰}$

۱۳ - شکل زیر نمودار مکان–زمان نوسانگری را که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، نشان می‌دهد. تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ چند متر بر ثانیه است؟



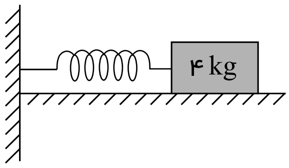
① ۲۰
② ۲
③ ۴۰
④ ۴

۱۴ – نمودار مکان – زمان دو نوسانگر که دارای حرکت هماهنگ ساده هستند، مطابق شکل زیر است. دورهٔ تناوب نوسانگر A چند برابر دورهٔ تناوب نوسانگر B است؟



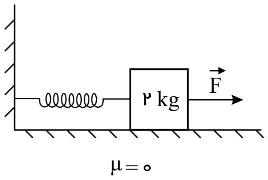
① $\frac{۱}{۲}$
② $\frac{۵}{۷}$
③ $\frac{۷}{۵}$
④ ۲

۱۵ – مطابق شکل زیر وزنه‌ای به جرم $۴kg$ به یک فنر با ثابت $۱۰۰\pi^۲(N/m)$ متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال تعادل قرار دارد. اگر وزنه را ۲۰ سانتی‌متر از نقطهٔ تعادل به سمت راست جابه‌جا کنیم و سپس رها کنیم ۰٫۵ ثانیه پس از رها شدن جسم اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط وزنه به ترتیب از راست به چپ بر حسب سانتی‌متر کدام است؟



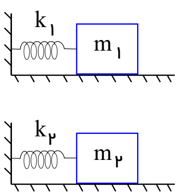
① صفر – ۲۰
② ۸۰ – ۲۰
③ ۱۰۰–۲۰
④ صفر – ۱۰۰

۱۶ – در شکل زیر، مجموعه را توسط نیروی $\vec{F}$ کشیده‌ایم و وزنهٔ ۲ کیلوگرمی، روی سطح افقی در حال سکون است. نیروی $\vec{F}$ را حذف می‌کنیم و مجموعه روی سطح افقی شروع به حرکت هماهنگ ساده می‌کند. اگر در طول نوسان، کمترین و بیشترین طول فنر به‌ترتیب $۱۵cm$ و $۵۵cm$ شود. حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا فنر از حالتی که طول آن ۴۵ سانتی‌متر است، به‌حالتی برود که طول آن ۲۵ سانتی‌متر است؟ ($\pi^۲ = ۱۰$ و ثابت فنر $۳۲۰N/m$ را در نظر بگیرید.)



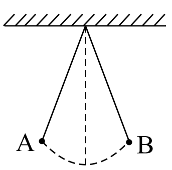
① $\frac{۱}{۴}$
② $\frac{۱}{۳}$
③ $\frac{۱}{۶}$
④ $\frac{۱}{۱۲}$

۱۷ – مطابق شکل زیر، دو مجموعه‌ی جرم و فنر که در حال تعادل هستند، بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارند. اگر $k_۲ = ۲k_۱$ و $m_۲ = ۲m_۱$ باشد و جرم‌های $m_۱$ و $m_۲$ به ترتیب با دامنه‌های $۶cm$ و $۳cm$، به طور هم‌زمان و در یک جهت از مرکز تعادل خود شروع به نوسان کنند، در لحظه‌ای که جرم $m_۱$ در فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متری از یک انتهای پاره‌خط نوسان خود قرار دارد، فاصله‌ی جرم $m_۲$ از مرکز نوسان چند سانتی‌متر است؟



① ۲
② ۵
③ ۱
④ ۳

۱۸ – یک آونگ سادهٔ کم‌دامنه، فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را در هر دقیقه ۶۰ بار طی می‌کند. طول این آونگ چند سانتی‌متر است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰, g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



① ۲۵
② ۱
③ ۱۰۰
④ ۰٫۲۵

۱۹ – به انتهای نخی به طول $L = ۸۱cm$، گلوله‌ای متصل کرده‌ایم و انتهای دیگر نخ را به نقطه‌ای از سقف آویخته‌ایم و مجموعه را با دامنهٔ کم به نوسان در می‌آوریم. اگر این آونگ در مدت ۳ دقیقه، ۱۰۰ نوسان کامل انجام دهد، اندازهٔ شتاب جاذبه در محل چند $m/s^۲$ است؟

① ۹٫۸
② $\frac{\pi^۲}{۴}$
③ $۰٫۹\pi^۲$
④ $\pi^۲$

۲۰ – طول یک آونگ سادهٔ کم‌دامنه چگونه تغییر کند تا ۳۰ درصد بر دورهٔ نوسان‌های آن افزوده شود؟

① ۶۹ درصد کاهش یابد.
② ۶۹ درصد افزایش یابد.
③ ۵۱ درصد افزایش یابد.
④ ۵۱ درصد کاهش یابد.

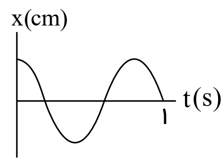
۲۱ – آونگ ساده‌ای در مدت زمان معینی، ۴ نوسان کامل کم‌دامنه انجام می‌دهد. طول آونگ را چگونه تغییر دهیم که در همان مدت و همان مکان، یک نوسان بیشتر انجام دهد؟

(۱) ۲۵ درصد افزایش دهیم. (۲) ۲۵ درصد کاهش دهیم. (۳) ۳۶ درصد افزایش دهیم. (۴) ۳۶ درصد کاهش دهیم.

۲۲ – آونگ ساده‌ای که گلوله‌ای چوبی دارد و با ریسمانی مسی آویخته شده است، در حال نوسان می‌باشد. اگر ناگهان دمای محیط به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش یابد، دورهٔ حرکت آونک چه تغییری می کند؟

(۱) کم‌تر می‌شود. (۲) بیش‌تر می‌شود. (۳) تغییری نمی‌کند. (۴) ابتدا کم‌تر سپس بیش‌تر می‌شود.

۲۳ – نمودار مکان – زمان یک آونگ که حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد، مطابق شکل زیر است. طول آونگ چند سانتی‌متر است؟ $(g \simeq \pi^2 N/kg)$



(۱) ۴ (۲) ۲۵ (۳) $\frac{4}{25}$ (۴) ۱۶

۲۴ – آونگ ساده‌ای به طول L، حرکت هماهنگ ساده با دامنه کم انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که مکان آونگ به $x = 0{,}02\ell$ می‌رسد، بزرگی شتاب آونگ چند $\frac{cm}{s^2}$ است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

(۱) ۰٫۰۲ (۲) ۰٫۲ (۳) ۲ (۴) ۲۰

۲۵ – دو آونگ سادهٔ کم‌دامنه با دورهٔ تناوب‌های $3s, 5s$ به نوسان در می‌آیند. اگر در مدت t ثانیه، تعداد نوسانات آونگ اول ۶ واحد کم‌تر از تعداد نوسان‌های آونگ دوم باشد. t چند ثانیه است؟

(۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۲۰

۲۶ – آونگ‌های سادهٔ A و B را در یک مکان و از یک وضعیت به نوسان در می‌آوریم. اگر بسامد نوسان‌های آونگ B، $\frac{9}{10}$ برابر بسامد نوسان‌های آونگ A باشد و بعد از ۳ دقیقه، آونگ A، ۱۰ نوسان بیش‌تر از آونگ B انجام داده باشد، دورهٔ تناوب آونگ‌های A و B به‌ترتیب از راست به چپ چند ثانیه است؟

(۱) ۰٫۹ و ۱ (۲) ۱٫۸ و ۲ (۳) ۲٫۷ و ۳ (۴) ۳٫۶ و ۴

۲۷ – دو آونگ ساده به طول‌های L_1 و L_2 که نوسان‌های کم‌دامنه انجام می‌دهند، در هر دقیقه به‌ترتیب ۲۰ و ۱۵ نوسان کامل انجام می‌دهند. آونگ ساده‌ای به طول $(L_1 + L_2)$ در هر دقیقه چند نوسان کامل کم‌دامنه انجام می‌دهد؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۲۸ – نخی به طول $100cm$ را به دو قسمت تقسیم کرده و با هر قسمت یک آونگ ساده می‌سازیم. اگر دورهٔ تناوب یکی از آونگ‌ها ۳ برابر دورهٔ تناوب آونگ دیگر باشد، طول آونگ با دورهٔ تناوب بزرگتر چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

۲۹ – یک ساعت که حرکت عقربه‌های آن بر اثر نوسان یک آونگ است، در سطح کره زمین درست کار می‌کند. وقتی آن را به سطح ماه ببریم، ساعت ....

(۱) عقب می‌ماند (۲) جلو می‌افتد (۳) درست کار می‌کند (۴) اصلاً کار نمی‌کند.

۳۰ – دورهٔ نوسانات کم‌دامنهٔ آونگ ساده‌ای روی سطح زمین برابر T_1 است. اگر آونگ را به ارتفاع $h_1 = 2R_e$ از سطح زمین ببریم و طول آونگ را صف کنیم، دورهٔ تناوب آن برابر T_2 می‌شود. حاصل $\frac{T_2}{T_1}$ کدام است؟ (شعاع زمین $= R_e$)

(۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴) ۱

۳۱- دورهٔ تناوب آونگ ساده‌ای در سطح زمین ۲ ثانیه است. اگر طول آونگ را نصف کرده و آن را به سیارهٔ دیگری که جرم و شعاع آن، هر کدام نصف جرم و شعاع زمین است، ببریم، دورهٔ تناوب آونگ چند ثانیه خواهد شد؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{۱}{۲}$ (۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳۲- اگر دورهٔ حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم $۲۰g$ برابر با $۰/۲s$ باشد، اندازهٔ نیروی وارد بر آن در لحظه‌ای که در فاصلهٔ ۲ سانتی‌متری از وضع تعادل خود قرار دارد، برابر با چند نیوتون است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$

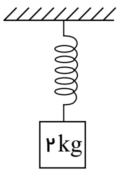
(۱) ۴ (۲) ۰/۴ (۳) ۲۰ (۴) ۲

۳۳- معادلهٔ نیرو - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $F = -\pi^۲ y$ است. اگر این نوسانگر در هر دقیقه ۳۰۰ نوسان کامل انجام دهد، جرم این نوسانگر چند گرم است؟

(۱) ۰/۱ (۲) ۱۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۰/۰۱

۳۴- در شکل مقابل وزنه‌ای به جرم $۲kg$ از یک فنر با ثابت k در راستای قائم آویخته‌شده و مجموعه در حال تعادل است. اگر وزنه حول نقطهٔ تعادل خود با دورهٔ نوسان ۰/۵ ثانیه شروع به حرکت هماهنگ ساده کند، در لحظه‌ای که وزنه ۵ سانتی‌متر بالاتر از نقطهٔ تعادل قرار می‌گیرد، جهت و بزرگی نیروی وارد بر وزنه از طرف فنر کدام است؟

$(\pi^۲ \simeq ۱۰, g = ۱۰N/kg)$



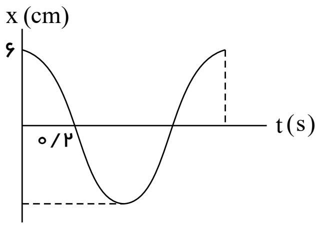
(۱) پایین، $۴N$ (۲) بالا، $۱۶N$

(۳) بالا، $۴N$ (۴) پایین، $۱۶N$

۳۵- معادلهٔ شتاب - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که روی پاره خطی به طول $۲۴cm$ نوسان می‌کند، در SI به صورت $a = -\frac{\pi^۲}{۴}x$ است. اندازهٔ سرعت متوسط این نوسانگر هنگامی که بدون تغییر جهت از یک انتهای پاره‌خط نوسان به انتهای دیگر پاره خط نوسان می‌رسد، چند $\frac{cm}{s}$ است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۲۴ (۴) ۳

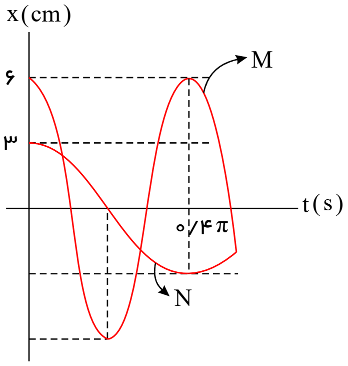
۳۶- نوسانگری حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در بازهٔ زمانی صفر تا t، برای اولین بار تندی متوسط نوسانگر دو برابر بزرگی سرعت متوسط آن باشد، بزرگی شتاب نوسانگر در لحظهٔ t چند متر بر مجذور ثانیه است؟



(۱) $\frac{\pi^۲}{۴}$ (۲) $\frac{\pi^۲}{۱۶}$

(۳) $\frac{\pi^۲}{۳۲}$ (۴) $\frac{\pi^۲}{۸}$

۳۷- نمودار مکان - زمان دو نوسانگر هماهنگ سادهٔ M و N مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t_۱$ شتاب دو نوسانگر با یکدیگر برابر باشد، کدام یک از روابط زیر برقرار است؟



(۱) $\frac{\cos ۵t_۱}{\cos ۲/۵t_۱} = \frac{۱}{۴}$ (۲) $\frac{\cos ۵t_۱}{\cos ۲/۵t_۱} = ۴$

(۳) $\frac{\cos ۵t_۱}{\cos ۲/۵t_۱} = ۸$ (۴) $\frac{\cos ۵t_۱}{\cos ۲/۵t_۱} = \frac{۱}{۸}$

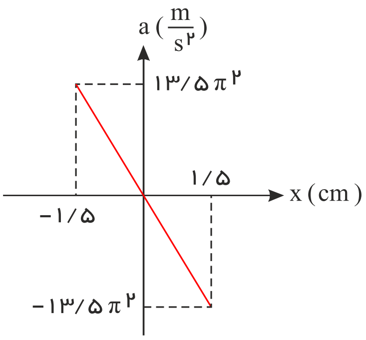
۳۸ – نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۱۶ سانتی‌متر حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد و در مدت $۰/۴s$ ، بدون تغییر جهت، از یک انتهای پاره‌خط به انتهای دیگر آن می‌رسد. اندازه‌ی بیشینه‌ی شتاب این نوساگر چند متر بر مجذور ثانیه است؟$(\pi^۲ \simeq ۱۰)$

① ۵ ② ۱۰ ③ ۲۰ ④ ۴۰

۳۹ – وزنه‌ای به جرم $۲۵۰g$ به یک فنر افقی با ثابت k متصل است و با دامنهٔ $۲۰cm$ روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ اندازهٔ نیروی افقی وارد بر نوسانگر ۲۰ نیوتون باشد، بسامد زاویه‌ای نوسان در SI کدام است؟

① ۱۰۰ ② ۲۰ ③ $\frac{\pi}{۱۰}$ ④ $\frac{۱۰}{\pi}$

۴۰ – نمودار شتاب – مکان نوسانگری که بر روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر رسم شده است. بسامد حرکت این نوسانگر چند هرتز است؟



① ۱/۵
② ۱۵
③ $۴/۵\pi$
④ ۴۵۰π

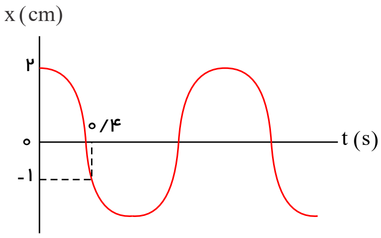
۴۱ – وزنه‌ای به جرم ۰/۲۵ کیلوگرم به فنر سبکی با ثابت $۱۰۰N/m$ بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاکی، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر دامنهٔ نوسان‌های آن برابر با ۵cm باشد، تندی وزنه در نقطهٔ تعادل چند متر بر ثانیه است؟

① ۱ ② ۰/۱ ③ ۱۰ ④ ۱۰۰

۴۲ – معادلهٔ شتاب – مکان نوسانگری به جرم $۱۰g$ که حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت $a = -\pi^۲ x$ است. اگر اندازهٔ سرعت این نوسانگر در مرکز نوسان $۱۰\pi \frac{cm}{s}$ باشد، اندازهٔ بیشینهٔ نیروی وارد بر آن چند نیوتون است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

① ۰/۳ ② ۰/۰۳ ③ ۰/۰۱ ④ ۰/۱

۴۳ – نمودار مکان – زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. به‌ترتیب از راست به چپ بیشینهٔ تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است و در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه تندی نوسانگر برای دومین بار بیشینه می‌شود؟



① $۰/۹, \frac{\pi}{۳۰}$ ② $۰/۳, \frac{۲۰\pi}{۳}$

③ $۰/۹, \frac{۲۰\pi}{۳}$ ④ $۰/۳, \frac{\pi}{۳۰}$

۴۴ – کدام‌یک از کمیت‌های زیر، در یک حرکت نوسانی هماهنگ ساده به جرم نوسانگر بستگی دارد؟

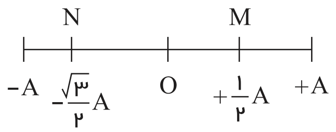
① انرژی مکانیکی در سیستم جرم و فنر ② بیشینهٔ نیروی وارد بر سیستم جرم و فنر

③ دورهٔ تناوب آونگ ④ بیشینهٔ اندازهٔ تکانهٔ وارد بر جرم آونگ

۴۵ – هر گاه نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به مرکز نوسان نزدیک شود، .... آن افزایش و .... آن کاهش می‌یابد.

① انرژی جنبشی – اندازهٔ شتاب ② انرژی پتانسیل – اندازهٔ شتاب ③ انرژی مکانیکی – انرژی پتانسیل ④ انرژی جنبشی – اندازهٔ سرعت

۴۶ - نوسانگری بر روی پاره‌خط زیر به مرکز O و دامنه‌ی A حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در هنگامی که این نوسانگر فاصلهٔ M تا N را بدون تغییر جهت طی می‌کند، نوع حرکت آن .... بوده و انرژی پتانسیل کشسانی آن .... است.



① ابتدا تندشونده و سپس کندشونده – ابتدا در حال افزایش و سپس در حال کاهش

② ابتدا تندشونده و سپس کندشونده – ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش

③ ابتدا کندشونده و سپس تندشونده – ابتدا در حال افزایش و سپس در حال کاهش

④ ابتدا کندشونده و سپس تندشونده – ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش

۴۷ - جسمی به جرم $۵۰۰g$ به فنری با ثابت k متصل است و روی پاره‌خطی به طول $۱۰cm$ ، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر در مدت ۵ ثانیه ۲۰ بار طول پاره‌خط را بپیماید، اندازهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

① ۱۰ ② ۰٫۰۱ ③ ۱۰۰ ④ ۰٫۱

۴۸ - در لحظه‌ای معین، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، $۰٫۳J$ از انرژی جنبشی آن کمتر است. اگر ثابت فنر این نوسانگر برابر با $۱۰۰\frac{N}{m}$ و دامنهٔ نوسان‌های آن برابر با $۱۰cm$ باشد، در این لحظه انرژی جنبشی این نوسانگر چند ژول است؟

① ۰٫۴ ② ۰٫۱ ③ ۲٫۶۵ ④ ۲٫۳۵

۴۹ - بیشینهٔ سرعت نوسانگر ساده‌ای ۱۰ متر بر ثانیه است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر ۷ برابر انرژی جنبشی آن است، بزرگی سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟

① $\sqrt{۵}$ ② $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$ ③ $۲\sqrt{۵}$ ④ $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

۵۰ - وزنه‌ای به جرم ۲۰ گرم به فنری با ثابت $۸۰۰N/m$ متصل است و در راستای افقی با دامنهٔ $۴cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر نسبت به سرعت آن در مرکز نوسان ۲۵ درصد کاهش یافته است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول است؟ (از نیروهای اتلافی چشم‌پوشی شود.)

① ۰٫۶۲ ② ۰٫۱۷۵ ③ ۰٫۲۸ ④ ۰٫۳۵

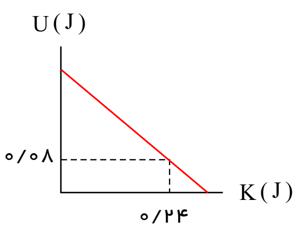
۵۱ - در یک حرکت نوسانی ساده، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر $v_۱$ است، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر ۳ برابر انرژی جنبشی آن است. اندازهٔ سرعت نوسانگر چند درصد کاهش یابد تا انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر ۱۵ برابر انرژی جنبشی آن شود؟

① ۱۲٫۵ ② ۲۵ ③ ۵۰ ④ ۶۲٫۵

۵۲ - نوسانگری با دامنهٔ A و دورهٔ تناوب T حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر با یکدیگر برابر می‌شوند، تندی نوسانگر کدام است؟

① $\frac{A\pi}{T}$ ② $\sqrt{۲}\frac{A\pi}{T}$ ③ $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\frac{A\pi}{T}$ ④ $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\frac{A\pi}{T}$

۵۳ - شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی پتانسیل برحسب انرژی جنبشی یک نوسانگر هماهنگ ساده است که بر سطح بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر جرم نوسانگر $۱۰۰g$ و بسامد آن $۲Hz$ باشد، معادلهٔ حرکت این نوسانگر در SI کدام است؟$(\pi^۲ = ۱۰)$



① $x = ۲\cos(۴\pi t)$

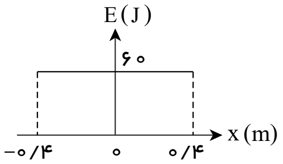
② $x = ۰٫۲\cos(۲۰\pi t)$

③ $x = ۲\cos(۲۰\pi t)$

④ $x = ۰٫۲\cos(۴\pi t)$

bime 7 g

۵۴- نمودار انرژی مکانیکی برحسب بُعد نوسانگری که بر روی محور x و حول مبدأ مختصات حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد مطابق شکل زیر است. اندازهٔ بیشینهٔ نیروی وارد بر این نوسانگر چند نیوتون است؟



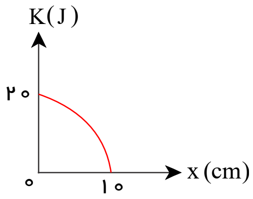
(۱) ۱۵۰

(۲) ۳۰۰

(۳) ۴۰۰

(۴) به جرم نوسانگر و بسامد حرکت آن بستگی دارد.

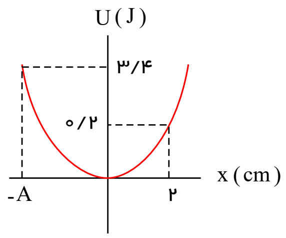
۵۵- نمودار انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای برحسب بُعد، به صورت شکل زیر است. ثابت فنر این نوسانگر چند نیوتون بر متر است؟



(۱) ۴ (۲) ۴۰

(۳) ۴۰۰ (۴) ۴۰۰۰

۵۶- نمودار انرژی پتانسیل یک نوسانگر وزنه - فنر برحسب مکان آن به‌صورت شکل زیر است. اگر جرم وزنه برابر با ۴۰۰ گرم باشد، سرعت نوسانگر هنگامی که در مکان $x = +2cm$ قرار داشته و بزرگی سرعت آن در حال کاهش است، چند متر بر ثانیه می‌باشد؟ (از تمام اصطکاک‌ها صرف‌نظر شود.)



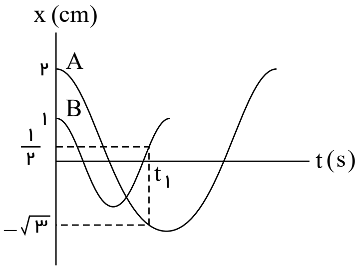
(۱) $+16$

(۲) -16

(۳) -4

(۴) $+4$

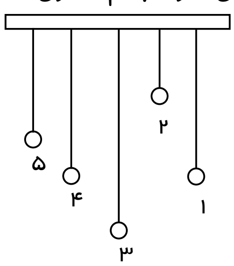
۵۷- در شکل زیر نمودار مکان - زمان دو نوسانگر هماهنگ سادهٔ A و B نشان داده شده است. اگر جرم نوسانگر A دو برابر جرم نوسانگر B باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر A چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر B است؟



(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲ (۴) $\frac{1}{4}$

۵۸- در شکل مقابل، به میله‌ی افقی، آونگ‌های ساده با جرم‌های یکسان و طول‌های متفاوت آویخته‌ایم، به‌طوری که طول آونگ‌های ۱ و ۴ باهم مساوی‌اند. با به نوسان در آوردن آونگ ۱، چه اتفاقی می‌افتد؟



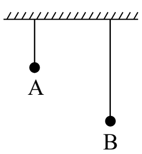
(۱) فقط آونگ ۴ شروع به نوسان می‌کند.

(۲) همهٔ آونگ‌ها با دوره‌ی نوسان‌های برابر شروع به نوسان می‌کنند.

(۳) آونگ ۴ ساکن می‌ماند و بقیهٔ آونگ‌ها شروع به نوسان می‌کنند.

(۴) به همهٔ آونگ‌ها انرژی منتقل می‌شود، ولی بیشترین انرژی به علت تشدید به آونگ ۴ منتقل می‌شود.

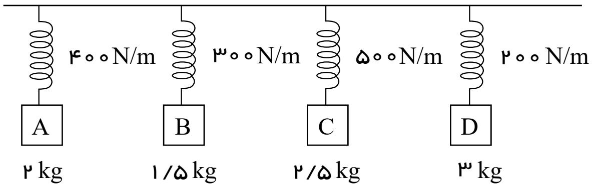
۵۹- در شکل زیر گلوله‌های آونگ‌های A و B هر دو از جنس آهن هستند. اگر بخواهیم دو آونگ با هم به تشدید درآیند، کدام‌یک از اعمال زیر این مکان را فراهم می‌سازد؟



(۱) در زیر آونگ A آهنربایی قرار دهیم. (۲) در زیر آونگ B آهنربایی قرار دهیم.

(۳) از طول آونگ B کم کنیم. (۴) گزینه‌های «۲» و «۳» هر دو صحیح هستند.

۶۰- در شکل زیر، اگر وزنهٔ A با بسامد طبیعی خود به نوسان درآید، پدیدهٔ تشدید برای کدام‌یک از وزنه‌های دیگر رخ می‌دهد؟



۱) C و D

۲) B و C

۳) D، C و B

۴) B و D

۶۱- بین حرکات نوسانگر هماهنگ سادهٔ وزنه - فنری و حرکات آونگ ساده‌ی کم دامنه‌ای تشدید رخ داده است. در صورتی که طول آونگ را نصف کنیم، ثابت فنر نوسانگر هماهنگ ساده را چند برابر کنیم تا دوباره بین حرکات آن‌ها تشدید رخ دهد؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۶۲- در پی زمین‌لرزهٔ بزرگی که در سواحل مکزیک رخ داد، ساختمان‌های نیمه‌بلند فرو ریختند ولی ساختمان‌های بلندتر و کوتاه‌تر پابرجا ماندند. این پدیده بدان علت بود که:

۱) بسامد ارتعاش طبیعی ساختمان‌های نیمه‌بلند خیلی بیش‌تر از بسامد ارتعاش زلزله بود.

۲) بسامد ارتعاش طبیعی ساختمان‌های نیمه‌بلند خیلی کم‌تر از بسامد ارتعاش زلزله بود.

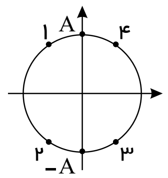
۳) بسامد ارتعاش طبیعی ساختمان‌های نیمه‌بلند بسیار نزدیک و یا برابر با بسامد ارتعاش زلزله بود.

۴) ساختمان‌های نیمه‌بلند با دورهٔ کم‌تر از دورهٔ نوسان طبیعی خود به ارتعاش درآمدند.

پاسخنامه تشریحی

۱ – گزینه ۴ در حرکت نوسانی ساده، علامت نیرو و مکان همواره مخالف یکدیگر است. از آن‌جایی که نوسانگر در xهای مثبت قرار دارد، علامت بردار نیرو منفی خواهد بود و این به معنی این است که نیرو در خلاف جهت محور x است.
هم‌چنین چون در این لحظه نیرو در خلاف جهت حرکت است، بنابراین حرکت جسم کندشونده است.
توجه: هنگامی که نوسانگر در حال دور شدن از مرکز نوسان است، حرکت جسم کندشونده است.

۲ – گزینه ۴ جهت حرکت نوسانگر در لحظه‌ای که به بُعد بیشینه می‌رسد، تغییر می‌کند. همچنین جهت شتاب و نیروی وارد بر لحظه‌ای تغییر می‌کند که نوسانگر از مرکز نوسان بگذرد.
بنابراین در بازهٔ زمانی موردنظر، نوسانگر از بُعد بیشینه عبور نمی‌کند اما یک‌بار از مرکز نوسان رد می‌شود.
پس باتوجه به دایرهٔ مرجع روبه‌رو می‌توان گفت نوسانگر از وضعیت ۱ به وضعیت ۲ رفته است یا از وضعیت ۳ به وضعیت ۴ رفته است که در هر دو حالت ابتدا به مرکز نوسان نزدیک می‌شود (حرکت تندشونده) و سپس از مرکز نوسان دور می‌شود (حرکت کندشونده).



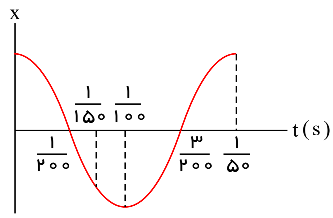
۳ – گزینه ۲ توضیحات هر مورد:
الف) اگر نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطهٔ تعادل باشد، حرکت آن تندشونده است.
ب) در انتهای مسیر سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد.
ج) در انتهای مسیر تندی نوسانگر صفر می‌شود اما علامت مکان نوسانگر تغییری نمی‌کند. در صورتی علامت مکان نوسانگر تغییر می‌کند که نوسانگر از نقطهٔ تعادل ($x = ۰$) بگذرد.
د) در جابه‌جایی از M به O جابه‌جایی مثبت است؛ اما نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطهٔ تعادل است. در کل اگر جابه‌جایی متحرک مثبت باشد (از O به N یا از M به O) متحرک می‌تواند هم درحال دور شدن و هم در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل باشد.

۴ – گزینه ۲ جهت نیروی بازگرداننده همان جهت شتاب است که با زمان تغییر می‌کند. با حرکت از یک انتها، ابتدا به مرکز نوسان نزدیک می‌شویم و سپس از آن دور می‌شویم، یعنی ابتدا حرکتی تندشونده و سپس کندشونده داریم. آهنگ تغییر لحظه‌ای تکانه $(\frac{dP}{dt})$ همان نیروی بازگرداننده است که افزایش اندازهٔ آن با کاهش سرعت و به طبع آن انرژی جنبشی هم‌زمان است. با حرکت به سمت مرکز نوسان، اندازه بُعد و شتاب (و در نتیجه نیروی بازگرداننده) کاهش می‌یابد.

۵ – گزینه ۲ با توجه به رابطهٔ مکان – زمان در حرکت هماهنگ ساده $x = A\cos\omega t$، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\omega = ۱۰۰\pi \, rad/s \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} = ۱۰۰\pi \Rightarrow T = \frac{۱}{۵۰}s$$

نمودار مکان – زمان را رسم می‌کنیم:



لحظهٔ $\frac{۱}{۱۵۰}s$ در نمودار نشان داده شده است. با توجه به اینکه در بازهٔ زمانی که سرعت و شتاب متحرک خلاف جهت هم باشند، حرکت کندشونده است و متحرک از مرکز نوسان دور می‌شود، این بازه برابر است با:

$$\Delta t = \frac{۱}{۱۵۰} - \frac{۱}{۲۰۰} = \frac{۱}{۶۰۰}s$$

۶ – گزینه ۱ برای اولین بار پس از لحظهٔ صفر وقتی تندی بیشینه می‌شود که مکان نوسانگر صفر شود.

$$x = ۰/۲\cos ۱۰\pi t = ۰ \to \cos ۱۰\pi t = \cos\frac{\pi}{۲} \to ۱۰\pi t_۱ = \frac{\pi}{۲} \to t_۱ = ۰/۰۵s$$

برای دومین بار پس از لحظهٔ صفر اندازهٔ شتاب وقتی بیشینه می‌شود که تندی صفر شود یعنی نوسانگر یک دوره را طی کرده‌باشد.

$$t_۲ = T \to \omega = ۱۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \to T = ۰/۲s = t_۲ \to \frac{t_۲}{t_۱} = \frac{۰/۲}{۰/۰۵} = ۴$$

راه دوم: تندی نوسانگر برای اولین بار در لحظهٔ $t_۱ = \frac{T}{۴}$ بیشینه می‌شود و بزرگی شتاب آن در لحظهٔ $t_۲ = T$ برای دومین بار به بیشینهٔ مقدار خود می‌رسد. بنابراین داریم:

$$\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{T}{\frac{T}{۴}} = ۴$$

۱ – گزینه ۲ می‌دانیم طول پاره‌خط نوسان $= ۲A$، پس $۲A = ۱۶cm \to A = ۸cm$.

$$\Rightarrow\begin{cases} x_B=۴\sqrt{۳}cm=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A\xrightarrow{\text{ناحیهٔ اول}}\theta=\frac{\pi}{۶} \\ x_{B'}=۴\sqrt{۲}cm=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A\xrightarrow{\text{ناحیهٔ دوم}}\theta=\frac{۳\pi}{۴}\end{cases}\xrightarrow[\Delta\theta=OB'=\frac{\pi}{۴}]{x_\circ=\circ\to\theta=\frac{\pi}{۲}}\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\to\omega=\frac{\pi}{۴}$$

$$\begin{cases} A\ \text{نقطهٔ}\to\theta=\circ \\ B\ \text{نقطهٔ}\to\theta=\frac{\pi}{۶}\end{cases}\xrightarrow{\Delta\theta}\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\to\frac{\pi}{۴}=\frac{\frac{\pi}{۶}}{t}\to t=\frac{۲}{۳}(s)$$

۸ – گزینه ۲ با توجه به این‌که جسم از مکان $x=+A$ شروع به حرکت می‌کند، معادلهٔ مکان- زمان آن به شکل $x=A\cos(\omega t)$ می‌باشد.

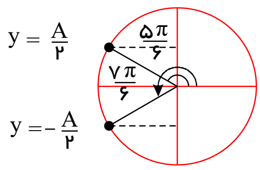
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۵}=\circ/۴\pi rad/s\to A=۶cm=\circ/\circ۶m$$

$$x=A\cos(\omega t)=\circ/\circ۶\cos(\circ/۴\pi t)\xrightarrow{t=\frac{۵}{۳}s}x=\circ/\circ۶\cos(\circ/۴\pi\times\frac{۵}{۳})=\circ/\circ۶\times(-\frac{۱}{۲})=-\circ/\circ۳m$$

باتوجه به شناسهٔ تابع کسینوس $(\omega t=\circ/۴\pi\times\frac{۵}{۳}=\frac{۲\pi}{۳}rad)$ در این لحظه نوسانگر در حال دور شدن از نقطهٔ تعادل و تندی آن در حال کاهش است.

۹ – گزینه ۲ نکته ۱: کمینه‌ی زمان برای طی مسافت معین A مربوط به زمانی است که نوسانگر از نصف دامنه در یک طرف مرکز نوسان به نصف دامنه در طرف دیگر آن برود مثلاً از فاز $\frac{۵\pi}{۶}$ رادیان به $\frac{۷\pi}{۶}$ رادیان برود که در این صورت مطابق دایره مرجع برابر با:

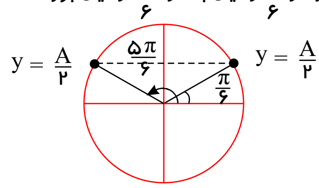
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t_{\min}\Rightarrow\frac{۷\pi}{۶}-\frac{۵\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{T}\Delta t_{\min}\Rightarrow\Delta t_{\min}=\frac{T}{۶}$$



نکته ۲: بیشینهٔ زمان برای طی مسافت معین A مربوط به زمانی است که نوسانگر از نصف دامنهٔ نوسان از یک طرف انتهای مسیر به نصف دامنه در طرف دیگر آن برود مثلاً مطابق شکل دایره مرجع از فاز $\frac{\pi}{۶}$ رادیان به فاز $\frac{۵\pi}{۶}$ رادیان برود.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t_{\max}\Rightarrow\frac{۵\pi}{۶}-\frac{\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{T}\Delta t_{\max}\Rightarrow\Delta t_{\max}=\frac{T}{۳}$$

$$\frac{\Delta t_{\min}}{\Delta t_{\max}}=\frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۳}}=\frac{۱}{۲}$$



۱۰ – گزینه ۱ باتوجه به این که هر نوسان کامل یک نوسانگر برابر با دو بار طی کردن طول مسیر است، بنابراین تعداد نوسان‌های کامل این نوسانگر در مدت یک دقیقه برابر با $n=\frac{۶\circ}{۲}=۳\circ$ نوسان کامل است. در نتیجه دورهٔ نوسان‌های این نوسانگر برابر است با:

$$T=\frac{t}{n}\xrightarrow[n=۳\circ]{t=۶\circ(s)}\frac{۶\circ}{۳\circ}=۲(s)$$

بیشترین سرعت متوسط در مدت نیم‌دوره، زمانی رخ می‌دهد که نوسانگر بیش‌ترین جابه‌جایی را داشته باشد. این حالت زمانی رخ می‌دهد که نوسانگر از یک انتهای مسیر نوسان به انتهای دیگر برود. باتوجه به تعریف سرعت متوسط، داریم:

$$v_{\max}=\frac{\Delta x_{\max}}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=\frac{T}{۲}=۱s]{\Delta x_{\max}=۱\circ cm=\circ/۱m}v_{\max}=\frac{\circ/۱}{۱}\Rightarrow v_{\max}=\circ/۱\frac{m}{s}$$

۱۱ – گزینه ۱ ابتدا فاز نوسانگر را در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ به‌دست می‌آوریم:

$t_۱$ در لحظهٔ: $\sin\varphi_۱=\frac{x_۱}{A}=\frac{\circ/۱}{\circ/۲}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi_۱=\frac{\pi}{۶}rad$ یا $\frac{۵\pi}{۶}rad$

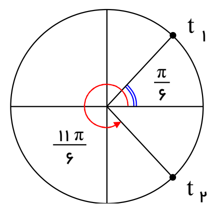
چون در لحظهٔ $t_۱$ حرکت نوسانگر کندشونده و مکان آن مثبت است و در جهت مثبت از مرکز نوسان دور می‌شود. پس: $\varphi_۱=\frac{\pi}{۶}$ قابل قبول است.

$t_۲$ در لحظهٔ: $\sin\varphi_۲=\frac{x_۲}{A}=\frac{-\circ/۱}{\circ/۲}=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow\varphi_۲=\frac{۷\pi}{۶}rad$ یا $\frac{۱۱\pi}{۶}rad$

چون در لحظهٔ $t_۲$ حرکت نوسانگر تندشونده و مکان آن منفی است و به مرکز نوسان نزدیک می‌شود پس $\varphi_۲=\frac{۱۱\pi}{۶}$ قابل قبول است. بنابراین چون کم‌ترین بسامد زاویه‌ای خواسته شده، پس مطابق دایرهٔ مرجع کم‌ترین تغییر فاز را در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\Delta\varphi=\varphi_۲-\varphi_۱=\frac{۱۱\pi}{۶}-\frac{\pi}{۶}=\frac{۱\circ}{۶}\pi$$

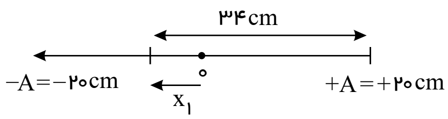
$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\xrightarrow[\Delta t=\circ/۲s]{\omega=۲\pi f}\frac{۱\circ\pi}{۶}=۲\pi f\times\circ/۲\Rightarrow f=\frac{۲۵}{۶}Hz$$



bime 7 g

۱۲ - گزینه ۳ باید فاز (زاویهٔ) متحرک در زمان‌های $t_۱$ و $t_۲$ را مشخص کنیم.

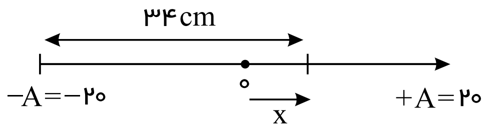
در زمان $t_۱$: چون حرکت کندشونده است متحرک در حال نزدیک شدن به انتهای نوسان است.



$t_۱$ مکان در $x_۱ = -(۳۴-۲۰) = -۱۴cm$

از طرفی $x = A\cos\theta \Rightarrow -۱۴ = ۲۰\cos\theta_۱ \begin{cases} \theta_۱ = \frac{۳\pi}{۴} \text{ کندشونده } \checkmark \\ \theta_۱ = \frac{۵\pi}{۴} \text{ تندشونده } \times \end{cases}$

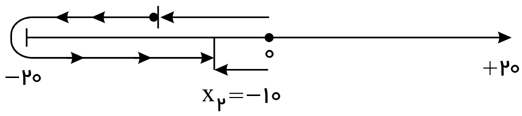
البته می‌توان مکان و متحرک را در ۳۴ سانتی‌متری از انتهای سمت چپ در نظر گرفت یعنی:



که در جواب نهایی مسأله تفاوتی نخواهد داشت.

در زمان $t_۲$: متحرک در ۱۰ سانتی‌متری تعادل است. که می‌توان مکان را $x=+۱۰$ یا $x=-۱۰$ در نظر گرفت چون سؤال حداقل زمان پس از $t_۱$ را خواسته است.

مطابق شکل اولین باری که پس از $t_۱$ از تعادل ۱۰ سانتی‌متری می‌شود، مکان $x=۱۰$ است.

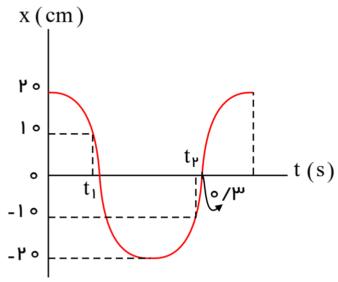


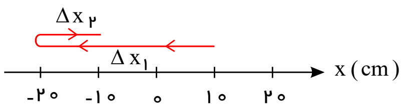
$x = A\cos\theta \to -۱۰ = ۲۰\cos\theta_۲ \to \cos\theta_۱ = -\frac{۱}{۲} \to \begin{cases} \theta_۲ = \frac{۲\pi}{۲} \text{ کندشونده } \times \\ \theta_۲ = \frac{۴\pi}{۳} \text{ تندشونده } \checkmark \end{cases}$

پس متحرک در زمان $t_۱$ تا $t_۲$ از $\theta_۱ = \frac{۳\pi}{۴}$ به $\theta_۲ = \frac{۴\pi}{۳}$ رفته که با توجه به رابطهٔ $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ داریم:

$$\begin{cases} \omega = ۲\pi f = ۱۴\pi \\ \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow ۱۴\pi = \frac{\frac{۴\pi}{۳} - \frac{۳\pi}{۴}}{\Delta t} = \frac{\frac{۷\pi}{۱۲}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۲۴}s \end{cases}$$

۱۳ - گزینه ۲ مسافت طی شده توسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر است با:





$d = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲|$

$d = |-۲۰-۱۰| + |-۱۰+۲۰| = ۳۰+۱۰ = ۴۰cm = ۰٫۴m$

حال با استفاده از نمودار، معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر را محاسبه می‌کنیم.

$\frac{۳T}{۴} = ۰٫۳ \Rightarrow T = ۰٫۴s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۰٫۴} = ۵\pi \ rad/s$

$x = A\cos(\omega t) \Rightarrow x = ۰٫۲\cos(۵\pi t)$

سپس زمان‌های $t_۱$ تا $t_۲$ را محاسبه می‌کنیم.

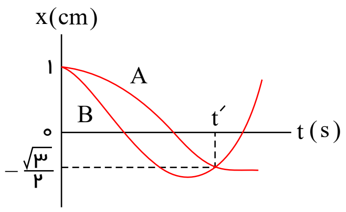
$۱۰ = ۲۰\cos ۵\pi t_۱ \Rightarrow ۵\pi t_۱ = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۱۵}s$

$-۱۰ = ۲۰\cos ۵\pi t_۲ \Rightarrow ۵\pi t_۲ = \frac{۴\pi}{۳} \Rightarrow t_۲ = \frac{۴}{۱۵}s$

ر. نهایت با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$s = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۰٫۴}{\frac{۴}{۱۵} - \frac{۱}{۱۵}} = ۲ \ m/s$$

۱۴ - گزینه ۳



با توجه به نمودار، در لحظهٔ t' متحرک A برای اولین بار و متحرک B برای دومین بار در مکان $x = \frac{-\sqrt{3}}{2}cm$ هستند. بنابراین داریم:

$$x_A = A_A\cos(\omega_A t) \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = 1 \times \cos(\omega_A t') \Rightarrow \omega_A t' = \frac{5\pi}{6}rad$$

$$x_B = A_B\cos(\omega_B t) \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = 1 \times \cos(\omega_B t') \Rightarrow \omega_B t' = \frac{7\pi}{6}rad$$

بنابراین داریم:

$$\rightarrow \frac{\omega_B t'}{\omega_A t'} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{5\pi}{6}} \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \frac{T_A}{T_B} = \frac{7}{5}$$

۱۵ - گزینه ۳ برای به‌دست آوردن جابه‌جایی جسم، می‌بایست مکان نهایی جسم را به‌دست آوریم، برای این کار باید معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر را به‌دست آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[m=4kg]{k=100\pi^2 N/m} \omega = 5\pi rad/s$$

$$x = A\cos(\omega t) \rightarrow x = 0/2\cos(5\pi t)$$

$$\xrightarrow{t=0/5s} x = 0/2\cos(5\pi \times \frac{1}{2}) \rightarrow x = 0/2\cos(\frac{5\pi}{2}) = 0$$

$$\cos(\frac{5\pi}{2}) = \cos(2\pi + \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2}) = 0$$

بنابراین مکان نهایی جسم نقطهٔ صفر است. پس اندازهٔ جابه‌جایی جسم ۲۰ سانتی متر می‌شود. برای به‌دست آوردن مسافت طی شده ابتدا دورهٔ حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم.

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{\omega=5\pi\frac{rad}{s}} f = 2/5Hz \rightarrow T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{2}{5}s$$

با توجه به مفهوم دورهٔ حرکت، می‌فهمیم که نوسانگر در یک دورهٔ حرکت، به‌اندازهٔ $4A$ یعنی ۸۰ سانتی‌متر مسافت را طی می‌کند. با توجه به این‌که متحرک در لحظهٔ $t = 0/5s$ در مکان $x = 0$ قرار دارد، بنابراین مسافت طی شده توسط نوسانگر برابر است با:

$$l = 4A + A = 100cm$$

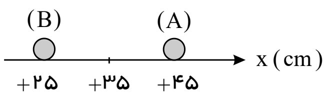
۱۶ - گزینه ۴ کمترین طول فنر هنگامی است که نوسانگر در $x = -A$ و بیشترین طول فنر هنگامی است که نوسانگر در $x = +A$ قرار می‌گیرد. اختلاف این دو مقدار معادل $2A$ است. پس:

$$2A = 55 - 15 = 40 \Rightarrow A = 20cm$$

همچنین وسط این دو حالت، نقطهٔ تعادل (طول آزاد فنر یا مبدأ مختصات) است. پس:

$$\text{طول آزاد فنر} = \frac{55+15}{2} = 35cm$$

هنگامی که طول فنر $45cm$ است، یعنی نسبت به حالت آزاد خود (مبدأ مختصات) $10cm$ کشیده‌تر شده (حالت (A)) و هم‌چنین هنگامی که طول فنر $25cm$ است. یعنی نسبت به حالت آزاد خود $10cm$ فشرده‌تر شده است (حالت (B)).



اگر معادلهٔ مکان - زمان وزنه را بنویسیم، داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{320}{2}} = \sqrt{160} = \sqrt{16\pi^2} \Rightarrow \omega = 4\pi\ rad/s \rightarrow x = A\cos(\omega t)$$

$$\xrightarrow{x_1=0/1m} 0/1 = 0/2\cos(4\pi t) \Rightarrow \cos(4\pi t) = \frac{1}{2} = \cos(\frac{\pi}{3}) \Rightarrow t_1 = \frac{1}{12}s$$

$$\xrightarrow{x_2=-0/1m} -0/1 = 0/2\cos(4\pi t) \Rightarrow \cos(4\pi t) = -\frac{1}{2} = \cos(\frac{2\pi}{3}) \Rightarrow t_2 = \frac{1}{6}s$$

کمترین زمان حرکت از نقطهٔ $x_1 = 10cm$ تا $x_1 = -10cm$ معادل با $t_2 - t_1 = \frac{1}{12}s$ است.

۱۱ - گزینه ۱ مطابق رابطه‌ی حرکت هماهنگ ساده برای دو مجموعه داریم:

$$x_1 = A_1 \sin\omega_1 t \quad (1)$$

$$x_2 = A_2 \sin\omega_2 t \quad (2)$$

در حرکت هماهنگ ساده‌ی وزنه و فنر، بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\frac{\omega_۱}{\omega_۲}=\frac{\sqrt{\frac{k_۱}{m_۱}}}{\sqrt{\frac{k_۲}{m_۲}}}\xrightarrow[m_۲=۲m_۱]{k_۲=۲k_۱}\omega_۱=\omega_۲\quad(۳)$$

$$(۱),(۲),(۳)\Rightarrow\frac{x_۱}{x_۲}=\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{|x_۱|}{|x_۲|}=\frac{A_۱}{A_۲}\quad(۴)$$

در رابطه‌ی بالا $|x_۱|$ و $|x_۲|$ فاصله‌ی دو جرم از مرکزنوسان می‌باشد. باتوجه به این که جرم $m_۱$ در فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متری از انتهای پاره‌خط نوسان خود قرار دارد، بنابراین فاصله‌ی آن از مرکز نوسان برابر است با:

$$|x_۱|=۱۰-۶=۴cm\xrightarrow[A_۱=۶cm\,,\,A_۲=۳cm]{(۴)}\frac{۴}{|x_۲|}=\frac{۶}{۳}\Rightarrow|x_۲|=۲cm$$

۱۸ - گزینه ۳ هربار طی کردن فاصلهٔ A تا B برابر نصف یک دورهٔ نوسان است. بنابراین آونگ در هر دقیقه ۳۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، داریم:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{۶۰}{۳۰}=۲s$$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow T^۲=۴\pi^۲(\frac{L}{g})\Rightarrow۴=۴(۱۰)(\frac{L}{۱۰})\Rightarrow L=۱m\Rightarrow L=۱۰۰cm$$

۱۹ - گزینه ۴ ابتدا دورهٔ تناوب حرکت نوسانی را به‌دست می‌آوریم:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{۳\times۶۰}{۱۰۰}=۱/۸s$$

حالا از رابطهٔ دورهٔ تناوب حرکت نوسانی آونگ ساده استفاده می‌کنیم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\to T^۲=۴\pi^۲\frac{L}{g}\to g=\frac{۴\pi^۲L}{T^۲}=\frac{۴\pi^۲\times۰/۸۱}{۱/۸^۲}=\pi^۲(m/s^۲)$$

۲۰ - گزینه ۲ دورهٔ یک آونگ ساده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}}\xrightarrow{T_۲=۱/۳T_۱}\frac{L_۲}{L_۱}=(\frac{T_۲}{T_۱})^۲=(۱/۳)^۲=۱/۶۹$$

بنابراین:

$$\text{درصد تغییرات طول آونگ}:\frac{\Delta L}{L_۱}\times۱۰۰=(\frac{L_۲}{L_۱}-۱)\times۱۰۰=(۱/۶۹-۱)\times۱۰۰=۶۹\%$$

۲۱ - گزینه ۴ دوره‌ی تناوب نوسان‌های کم‌دامنهٔ یک آونگ ساده از رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به دست می‌آید. از طرفی طبق رابطهٔ $T=\frac{t}{N}$ نسبت دوره‌ها برابر با عکس نسبت تعداد نوسان‌ها در مدت زمان معین می‌باشد. از این رو داریم:

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}=\frac{۴}{۵}$$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{l_۲}{l_۱}}\Rightarrow\frac{۴}{۵}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}}\Rightarrow\frac{۱۶}{۲۵}=\frac{L_۲}{L_۱}\Rightarrow L_۲=\frac{۱۶}{۲۵}L_۱$$

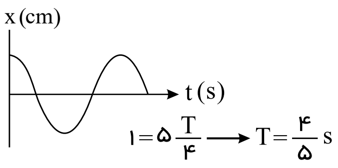
$$\text{درصد تغییرات طول}=\frac{\Delta L}{L_۱}\times۱۰۰=\frac{L_۲-L_۱}{L_۱}\times۱۰۰=\frac{\frac{۱۶}{۲۵}L_۱-L_۱}{L_۱}\times۱۰۰=-۳۶\%$$

یعنی طول آونگ ساده باید ۳۶ درصد کاهش دهیم تا در همان مدت یک نوسان بیشتر انجام دهد.

۲۲ - گزینه ۲ مطابق رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ دورهٔ نوسان آونگ به طول نخ یا سیم آن وابسته است. بنابراین با افزایش دمای محیط طول میلهٔ مسی آونگ به دلیل انبساط افزایش می‌یابد و در نتیجه دورهٔ حرکت آونگ افزایش پیدا می‌کند.

۲۳ - گزینه ۴

با توجه به محور افقی نمودار داریم:



از طرفی هم برای آونگ ساده داریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{۴}{۵}=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\xrightarrow[\pi^۲=g]{\text{توان}۲}\frac{۱۶}{۲۵}=۴\times g\times\frac{L}{g}\Rightarrow L=\frac{۴}{۲۵}=۰/۱۶m=۱۶cm$$

۲۴ – گزینه ۴ رابطهٔ بین بزرگی شتاب و مکان یک آونگ ساده که حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ کم انجام می‌دهد را می‌نویسیم. داریم:

$$|a| = \omega^2 |x| \xrightarrow[|x|=0/02L]{\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}} |a| = \frac{g}{L} \times 0/02L = 0/2\frac{m}{s^2} = 20\frac{cm}{s^2}$$

۲۵ – گزینه ۱ در مورد نوسان دو نوسانگر با دوره متفاوت که n نوسان از یکدیگر جلو یا عقب می‌افتند، می‌توان گفت:

$$t = \frac{nT_1T_2}{|\Delta T|} \Rightarrow t = \frac{6 \times 3 \times 5}{|5-3|} = \frac{6 \times 15}{2} = 45(s)$$

۲۶ – گزینه ۲ اگر تعداد نوسان‌های آونگ A در مدت ۳ دقیقه را با n_A و آونگ B را با n_B نشان دهیم، داریم:

$$n_A - n_B = 10 \Rightarrow \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} = 10 \Rightarrow \frac{3\times 60}{T_A} - \frac{3 \times 60}{T_B} = 10 \Rightarrow \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} = \frac{1}{18} \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$f_B = \frac{9}{10}f_A \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} \frac{1}{T_B} = \frac{9}{10}\frac{1}{T_A} \Rightarrow T_A = \frac{9}{10}T_B \quad (2)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1)\,,\,(2)} \frac{10}{9T_B} - \frac{1}{T_B} = \frac{1}{18} \Rightarrow T_B = 2s \xrightarrow{(2)} T_A = 1/8s$$

۲۷ – گزینه ۱ دورهٔ هر آونگ را حساب می‌کنیم.

$$T_1 = \frac{t}{n_1} = \frac{60}{20} = 3s \quad T = \frac{60}{15} = 4s$$

با نوشتن رابطهٔ دوره می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \times \frac{L}{g} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

$$L_1 = \frac{9g}{4\pi^2}\ ,\ L_2 = \frac{16g}{4\pi^2} \quad L = L_1 + L_2 = \frac{9g}{4\pi^2} + \frac{16g}{4\pi^2} = \frac{25g}{4\pi^2}$$

حال برای آونگ به طول $L_1 + L_2$ می‌توان دوره را حساب کرد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{25\cancel{g}}{4\pi^2}}{\cancel{g}}} = \cancel{2\pi} \times \frac{5}{\cancel{2\pi}} = 5s$$

حال n را در هر دقیقه برای آونگ جدید حساب می‌کنیم.

$T = \dfrac{t}{n} \Rightarrow 5 = \dfrac{60}{n} \Rightarrow n = 12$ نوسان

۲۸ – گزینه ۴ طبق رابطه، دورهٔ آونگ با جذر طول آن متناسب است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{3\cancel{T_1}}{\cancel{T_1}} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow 9 = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow L_2 = 9L_1$$

از طرفی مجموع طول آونگ‌ها برابر ۱۰۰ سانتی‌متر است.

$$L_1 + L_2 = 100$$

$$L_1 + 9L_1 = 100 10L_1 = 100 \Rightarrow \begin{matrix} L_1 = 10cm \\ L_2 = 90cm \end{matrix}$$

چون طول آونگ دوم بیشتر است پس دورهٔ آن نیز، بیشتر است.

۲۹ – گزینه ۱ اگر به سطح کره ماه برویم، شتاب گرانش کاهش می‌یابد و بنابراین طبق رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، دورهٔ آونگ افزایش می‌یابد و در نتیجه زمان لازم برای حرکت عقربه‌ها افزایش یافته و ساعت عقب می‌ماند.

۳۰ – گزینه ۳ شتاب گرانش در فاصلهٔ h از سطح زمین برابر است با:

$$g = G\frac{M_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = (\frac{R_e + h_2}{\mathrm{Re} + h_1})^2$$

$$\xrightarrow[h_2=2Re]{h_1=0} \frac{g_1}{g_2} = (\frac{R_e + 2R_e}{R_e + 0})^2 = (\frac{3R_e}{R_e})^2 = 9$$

با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}\times\frac{g_1}{g_2}} \xrightarrow[g_1=9g_2]{L_2=\frac{1}{2}L_1} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}L_1}{L_1}\times 9}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

۳۱ – گزینه ۲ ابتدا شتاب گرانش را در سطح سیارهٔ مورد نظر محاسبه می‌کنیم. سیارهٔ مورد نظر را x و سیارهٔ زمین را e می‌نامیم. داریم:

$$g = G\frac{M}{r^2} \Rightarrow \frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e}\times\left(\frac{r_e}{r_x}\right)^2 = \frac{1}{2}\times 2^2 \Rightarrow \frac{g_x}{g_e} = 2$$

اکنون به کمک رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_x}{T_e} = \sqrt{\frac{L_x}{L_e}\times\frac{g_e}{g_x}} = \sqrt{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{T_x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_x = 1s$$

۳۲ – گزینه ۲ نیروی وارد بر نوسانگر در حرکت نوسانی از رابطهٔ $F = -m\omega^2 x$ به‌دست می‌آید. بنابراین، ابتدا ω را حساب می‌کنیم و سپس به کمک معادهٔ فوق نیرو به‌دست می‌آید:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi\frac{rad}{s}$$

$$F = -20\times 10^{-3}\times(10\pi)^2\times(0.02) \Rightarrow F = 0.4N$$

۳۳ – گزینه ۲ با مقایسه‌ی معادله‌ی نیرو – زمان داده شده با فرم کلی معادله‌ی نیرو – زمان در حرکت نوسانی می توان گفت:

$$\begin{cases} F = -m\omega^2 x \ \text{یا}\ -m\omega^2 y \\ F = -\pi^2 y \end{cases} \Rightarrow -m\omega^2 = -\pi^2 \Rightarrow m\omega^2 = \pi^2$$

هم‌چنین می‌دانیم دوره‌ی نوسان این نوسانگر برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{60s}{300} = \frac{1}{5}(s)$$

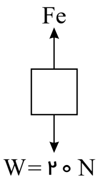
با توجه به نتایج فوق داریم:

$$m\omega^2 = \pi^2 \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \pi^2 \Rightarrow m\times\frac{4\pi^2}{T^2} = \pi^2 \Rightarrow m = \frac{T^2}{4}$$

$$\xrightarrow{T=\frac{1}{5}(s)} M = \frac{\frac{1}{25}}{4} = \frac{1}{100}kg = 10gr$$

۳۴ – گزینه ۳ در نوسانگر وزنه و فنر، جهت شتاب و جهت نیروی خالص همواره به‌سمت مرکز تعادل است، چون وزنه بالاتر از نقطهٔ تعادل قرار دارد. بنابراین جهت نیروی خالص به‌سمت پایین است. باتوجه به رابطهٔ شتاب – مکان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$|a| = \omega^2 x \xrightarrow[x=5cm=0.05m]{\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0.5}=4\pi rad/s} |a| = 16\pi^2\times 0.05 = 8m/s^2 \rightarrow F_{net} = ma = 2\times 8 = 16N$$



با توجه به اینکه نیروی خالص برابر با $16N$ و جهت آن به‌سمت پایین است. بنابراین: $F_{net} < W$ است، لذا جهت نیروی فنر وارد بر وزنه به‌سمت بالا است و داریم:

$$W - F_e = F_{net} \rightarrow F_e = 20 - 16 = 4N$$

۳۵ – گزینه ۱ ابتدا با استفاده از معادلهٔ شتاب – مکان نوسانگر، بسامد زاویه‌ای وسپس دورهٔ حرکت آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a = -\omega^2 x \\ a = -\frac{\pi^2}{4}x \end{cases} \Rightarrow \omega^2 = \frac{\pi^2}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2}\frac{rad}{s} \Rightarrow T = 4s$$

مدت زمان حرکت نوسانگر از یک انتها تا انتهای دیگر پاره‌خط نوسان و بدون تغییر جهت برابر $\frac{T}{2} = 2s$ و اندازهٔ جابجایی نوسانگر در این مدت برابر $2A = 24cm$ است. بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط این نوسانگر برابر است با:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{2} = 12\frac{cm}{s}$$

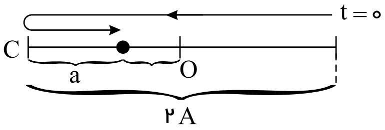
۳۶ – گزینه ۴ مادامی که جهت حرکت نوسانگر تغییر نمی‌کند تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط با یکدیگر برابر است بنابراین فرض می‌کنیم در لحظه‌ای که تندی متوسط نوسانگر دو برابر زرگی سرعت متوسط آن است نوسانگر در فاصلهٔ a از نقطهٔ C قرار دارد.

$$\frac{T}{4} = 0.2s \Rightarrow T = 0.8s \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{5\pi}{2}rad/s$$

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|}=2\xrightarrow[|v_{av}|=\frac{|\vec{d}|}{t}]{s_{av}=\frac{\ell}{t}}\frac{\ell}{|\vec{d}|}=2\xrightarrow[\ell=2A+a]{|\vec{d}|=2A-a}\frac{2A+a}{2A-a}=2\Rightarrow 4A-2a=2A+a\Rightarrow a=\frac{2A}{3}$$

$$\Rightarrow x=\frac{2A}{3}-A=-\frac{A}{3}=-\frac{6}{3}=-2cm$$

$$|a|=\omega^2|x|\xrightarrow[x=-2cm=-0/02m]{\omega=\frac{5\pi}{2}rad/s}|a|=\frac{25\pi^2}{4}\times 0/02=\frac{\pi^2}{8}m/s^2$$



۳۷ - گزینه ۴

$$T_M=0/4\pi s, T_N=2T_M=0/8\pi s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\to\omega_M=\frac{2\pi}{0/4\pi}=5rad/s,\omega_N=\frac{2\pi}{T_N}=\frac{2\pi}{0/8\pi}=\frac{5}{2}rad/s$$

$$F=-kx\to ma=-kx\to a=-\frac{k}{m}x\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}a=-\omega^2x$$

$$\xrightarrow{a_M=a_N}-\omega_M^2x_M=-\omega_N^2x_N$$

$$\xrightarrow[x_M=A_M\cos\omega_Mt]{x_N=A_N\cos e_Nt}A_M\omega_M^2\cos\omega_Mt=A_N\omega_N^2\cos\omega_Nt$$

$$\xrightarrow{\frac{A_N}{A_M}=\frac{1}{2}}\frac{\cos\omega_Mt}{\cos\omega_Nt}=\frac{A_N}{A_M}\times\frac{\omega_N^2}{\omega_M^2}=\frac{1}{2}\times(\frac{\frac{5}{2}}{5})^2$$

$$\to\frac{\cos(5t_1)}{\cos(2/5t_1)}=\frac{1}{8}$$

۳۸ - گزینه ۱ طول پاره‌خط نوسان $16cm$ است، پس دامنه‌ی نوسان $8cm$ می‌باشد. این نوسانگر در مدت $0/4s$ از مکان $-A$ به مکان $+A$ می‌رسد. (بدون تغییر جهت). یعنی نصف دوره‌ی نوسان این نوسانگر ۰٫۴ ثانیه است.

$$\Rightarrow T=0/8s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{5}{2}\pi\frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow a_{\max}=A\omega^2=0/08\times(\frac{5}{2}\pi)^2=\frac{8}{100}\times\frac{25}{4}\pi^2(\frac{m}{s^2})\xrightarrow{\pi^2=10}a_{\max}=5\frac{m}{s^2}$$

۳۹ - گزینه ۲ برای به‌دست آوردن بسامد زاویه‌ای از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ استفاده می‌کنیم، اما ابتدا باید ثابت فنر را به‌دست آوریم:

$$|F|=k\Delta x\Rightarrow F_{max}=kA\Rightarrow 20=k\times 0/2\Rightarrow k=100N/m$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{100}{0/25}}=\sqrt{400}=20rad/s$$

۴۰ - گزینه ۲ در حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر، رابطهٔ بین شتاب و بُعد نوسانگر به‌صورت $a=-\omega^2x$ می‌باشد که نمودار آن خط راستی با شیب منفی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد و اندازهٔ شیب آن برابر با ω^2 است. باتوجه به شکل سؤال داریم:

$$a=-\omega^2x\xrightarrow[x=-1/5(cm)]{a=13/5x^2(\frac{m}{s^2})}13/5\pi^2=-\omega^2(-1/5\times 10^{-2})$$

$$\Rightarrow\omega^2=900\pi^2\Rightarrow\omega=30\pi(\frac{rad}{s})$$

باتوجه به رابطهٔ بسامد زاویه‌ای با بسامد نوسان داریم:

$$\omega=2\pi f\xrightarrow{\omega=30\pi\frac{rad}{s}}30\pi=2\pi f\Rightarrow f=15Hz$$

۴۱ - گزینه ۱ ابتدا بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\xrightarrow[m=0/25kg=\frac{1}{4}kg]{k=100N/m}\omega=\sqrt{\frac{100}{\frac{1}{4}}}\Rightarrow\omega=20rad/s$$

چون در نقطهٔ تعادل، تندی بیشینه است، تندی بیشینهٔ وزنه را می‌یابیم:

$$v_{\max}=A\omega\xrightarrow{A=5cm=0/05m}v_{\max}=0/05\times 20=1m/s$$

۴۲ - گزینه ۳ ابتدا با استفاده از معادلهٔ شتاب – مکان، بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow -\pi^2 x = -\omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = \pi^2 \Rightarrow \omega = \pi \frac{rad}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ بیشینهٔ سرعت و بیشینهٔ شتاب می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} a_{\max} = A\omega^2 \\ v_{\max} = A\omega \end{array}\right\} \Rightarrow a_{\max} = v_{\max}\omega$$

$$F_{\max} = ma_{max} = mv_{\max}\omega \Rightarrow F_{\max} = 10 \times 10^{-3} \times 10\pi \times 10^{-2} \times \pi = \pi^2 \times 10^{-3}$$

$$\xrightarrow{\pi^2=10} F_{\max} = 10 \times 10^{-3} = 10^{-2} = 0/01N$$

۴۳ - گزینه ۱ ابتدا با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[A=2cm]{t=0/4s, x=-1cm} -1 = 2\cos(0/4\omega)$$

$$\Rightarrow \cos(0/4\omega) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 0/4\omega = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = \tfrac{5\pi}{3} rad/s$$

حال بیشینهٔ تندی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v_{max} = A\omega = 2 \times 10^{-2} \times \frac{5\pi}{3} \Rightarrow v_{max} = \frac{\pi}{30} m/s$$

در حرکت هماهنگ ساده، تندی زمانی بیشینه می‌شود که نوسانگر از مبدأ نوسان عبور کند و این اتفاق برای دومین بار در لحظهٔ $t = \frac{3}{4}T$ رخ می‌دهد، داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{5\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1/2s$$

$$t = \frac{3}{4}T \xrightarrow{T=1/2s} t = \tfrac{3}{4} \times 1/2 = 0/9s$$

۴۴ - گزینه ۴ بررسی موارد در سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: مطابق رابطهٔ زیر، انرژی مکانیکی نوسانگر در یک سیستم جرم و فنر به جرم آن بستگی ندارد.

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} E = \frac{1}{2}mA^2\frac{k}{m} = \frac{1}{2}kA^2$$

گزینهٔ ۲ و ۳: نیروی بیشینه در سیستم جرم و فنر و هم‌چنین دورهٔ تناوب آونگ هم به جرم نوسانگر بستگی ندارد.

$$F = mA\omega^2 \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} F = mA\frac{k}{m} = kA$$

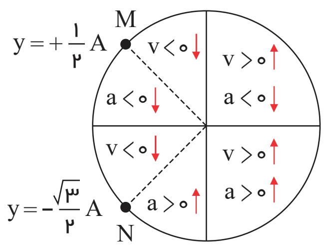
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

گزینهٔ ۴: اندازهٔ تکانهٔ بیشینه به جرم آونگ بستگی دارد.

$$p_{\max} = mv_{\max} = mA\omega \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}} p = mA\sqrt{\frac{g}{L}}$$

۴۵ - گزینه ۱ در مرکز نوسان سرعت نوسانگر و انرژی جنبشی بیشینه می‌شود و شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر و همچنین انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. انرژی مکانیکی نیز همواره ثابت می‌ماند.

۴۶ - گزینه ۲



باتوجه به این که نوسانگر باید فاصلهٔ M تا N را بدون تغییر جهت طی کند پس مطابق دایرهٔ مرجع شکل مقابل باید نوسانگر از ناحیهٔ دوم به ناحیهٔ سوم برود. از طرفی می‌دانیم به ازای $av > 0$ حرکت تند شونده و به ازای $av < 0$ حرکت کند شونده است. پس حرکت این نوسانگر در این بازهٔ زمانی ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

اما در مورد انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر طبق رابطهٔ $U = \frac{1}{2}kx^2$ می‌توان گفت در مرکز نوسان انرژی پتانسیل کشسانی صفر و در دو انتهای مسیر نوسان انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینهٔ مقدار خود را دارد پس انرژی پتانسیل کشسانی این نوسانگر ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است.

۴۱ - گزینه ۴ نوسانگر بر روی پاره‌خطی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و طول پاره‌خط دو برابر دامنه است.

$$L = 2A \Rightarrow 10 = 2A \Rightarrow A = 5cm$$

هرگاه نوسانگر، دو بار طول پاره‌خط را طی کند، یک نوسان کامل انجام داده است. بنابراین در مدت $5s$، ده نوسان کامل انجام می‌دهد و داریم:

$$T=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}s$$
$$\omega=\frac{2\pi}{T}=4\pi\, rad/s$$
$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow 4\pi=\sqrt{\frac{k}{0/5}}\Rightarrow k=80N/m$$

از طرفی انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطهٔ $E=\frac{1}{2}kA^2$ به‌دست می‌آید:

$$E=\frac{1}{2}\times 80\times(\frac{5}{100})^2\Rightarrow E=0/1J$$

۴۸ - گزینه ۱ باتوجه به رابطهٔ $E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ و باتوجه به این که ثابت فنر $k=m\omega^2$ است، انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطهٔ $E=U+K$ و این که $K-U=0/3J$ است، مقدار K را حساب می‌کنیم.

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\xrightarrow{m\omega^2=k}E=\frac{1}{2}kA^2\xrightarrow[A=10^{-1}m]{k=100\frac{N}{m}}E=\frac{1}{2}\times 100\times 10^{-2}\Rightarrow E=\frac{1}{2}J=0/5J$$

$$K+U=E\Rightarrow K+U=0/5\xrightarrow{U=(K-0/3)J}K+K-0/3=0/5\Rightarrow 2K=0/8\Rightarrow K=0/4J$$

۴۹ - گزینه ۲ با توجه به رابطهٔ انرژی کل نوسانگر هماهنگ ساده $(E=U+K)$ و با توجه به شرط سؤال $(U=7K)$ داریم:

$$\Rightarrow E=7K+K\Rightarrow E=8K$$

از طرفی انرژی کل نوسانگر ساده با بیشینهٔ انرژی جنبشی آن برابر است و خواهیم داشت:

$$\Rightarrow K_{\max}=8K\Rightarrow\frac{1}{2}mv_{\max}^2=8(\frac{1}{2}mv^2)$$
$$\Rightarrow v_{\max}^2=8v^2\Rightarrow 10^2=8v^2\Rightarrow 10=2\sqrt{2}v\Rightarrow v=\frac{5\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s}$$

۵۰ - گزینه ۳ سرعت نوسانگر در مرکز نوسان بیشینهٔ سرعت است و از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ به‌دست می‌آید:

$$v_{max}=A\omega=A\sqrt{\frac{k}{m}}=0/04\times\sqrt{\frac{800}{0/02}}=8m/s$$

در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر نسبت به v_{max} به اندازهٔ ۲۵ درصد کاهش یافته است، داریم:

$$E=K+U, E=K_{max}$$

بنابراین از پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$U=K_{max}-K=\frac{1}{2}m(v_{max}^2-v^2)\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 0/02\times(64-36)=0/28J$$

۵۱ - گزینه ۳ در هر حالت نسبت انرژی جنبشی به انرژی مکانیکی را می‌یابیم:

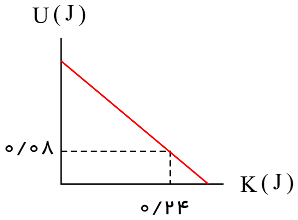
$$E=U+K\Rightarrow\frac{U}{E}+\frac{K}{E}=1$$
$$\frac{U_1}{K_1}=3\Rightarrow U_1=3K_1\ ,\ E=U_1+K_1=4K_1\Rightarrow\begin{cases}\frac{U_1}{E}=\frac{3}{4}\\ \frac{K_1}{E}=\frac{1}{4}\end{cases}$$
$$\frac{U_2}{K_2}=15\Rightarrow U_2=15K_2\ ,\ E=U_2+K_2=16K_2\Rightarrow\begin{cases}\frac{U_2}{E}=\frac{15}{16}\\ \frac{K_2}{E}=\frac{1}{16}\end{cases}$$
$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{K_2}{E}}{\frac{K_1}{E}}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{4}}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{1}{4}\xrightarrow{\frac{K_2}{K_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2}(\frac{v_2}{v_1})^2=\frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{1}{2}\Rightarrow\quad \text{درصد تغییر سرعت}\ :\ \frac{\Delta v}{v_1}\times 100=-50\%$$

۵۲ - گزینه ۲ در نقطه‌ای که $U=K$ می‌شود، داریم: $U=\frac{E}{2}$ و $K=\frac{E}{2}$.

$$K=\frac{E}{2}\xrightarrow[K=\frac{1}{2}mv^2]{E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2}\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}mA^2\omega^2\Rightarrow v=\frac{\sqrt{2}}{2}A\omega\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}v=\sqrt{2}\frac{A\pi}{T}$$

۵۲ - گزینه ۴ برای محاسبهٔ معادلهٔ حرکت باید در رابطهٔ $x=A\cos(\omega t)$ به‌جای A و ω مقدار هر یک را قرار دهیم. بنابراین ابتدا از رابطهٔ $E=U+K$ انرژی مکانیکی را به‌دست می آوریم:

$$E = U + K \xrightarrow[K=0.24J]{U=0.08J} E = 0.08 + 0.24 \Rightarrow E = 0.32J$$



سپس با استفاده از رابطهٔ $E = 2\pi^2 m f^2 A^2$ دامنهٔ نوسان را حساب می‌کنیم.

$$E = 2\pi^2 m f^2 A^2$$
$$\xrightarrow[\pi^2=10, f=2Hz]{m=100g=0.1kg} 32 \times 10^{-2} = 2 \times 10 \times 0.1 \times 4 \times A^2$$
$$\Rightarrow A^2 = 4 \times 10^{-2} m \Rightarrow A = 2 \times 10^{-1} m \Rightarrow A = 0.2m$$

در نهایت ω را حساب می‌کنیم و معادلهٔ حرکت را می‌نویسیم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=2Hz} \omega = 2\pi \times 2 \Rightarrow \omega = 4\pi\ rad/s \rightarrow x = A\cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.2\cos(4\pi t)$$

۵۴ – گزینه ۲

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 60 = \frac{1}{2} \times k \times (0.4)^2 \Rightarrow k = 750\frac{N}{m}$$
$$F_{\max} = m\omega^2 A \xrightarrow{m\omega^2=k} F_{\max} = k \times A = 750 \times 0.4 = 300N$$

۵۵ – گزینه ۴ باتوجه به نمودار $K_{\max} = 20J$ است و می‌دانیم، مقدار $K_{\max} = U_{\max} = E$ است و بنابراین داریم:

$$E = U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times k \times (0.1)^2 \Rightarrow k = 4000\frac{N}{m}$$

۵۶ – گزینه ۴

با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$U_{max} = E = 3.4J$$

هنگامی که جسم در مکان $x = +2cm$ قرار دارد، انرژی پتانسیل آن $0.2J$ می‌باشد. پس:

$$E = K + U \Rightarrow 3.4 = K + 0.2 \Rightarrow K = 3.2J$$
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 32 \times 10^{-1} = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-1} v^2 \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow |v| = 4m/s$$

طبق نمودار در این لحظه، نوسانگر در مکان های مثبت قرار دارد و چون بزرگی سرعت آن در این لحظه در حال کاهش است. پس حرکت آن کندشونده بوده و نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ مختصات می‌باشد. پس حرکت آن در جهت محور بوده و $v > 0$ است. بنابراین سرعت نوسانگر معادل $+4m/s$ است.

۵۷ – گزینه ۳ با توجه به معادله مکان – زمان در حرکت هماهنگ ساده، شناسهٔ تابع کسینوس را در لحظهٔ t_1 به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned} \cos(\omega_A t_1) &= \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \omega_A t_1 = \frac{5\pi}{6}rad \\ cos(\omega_B t_1) &= \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega_B t_1 = \frac{5\pi}{3}rad \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\frac{5\pi}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A A_A^2 \omega_A^2}{m_B A_B^2 \omega_B^2} \xrightarrow[A_A=2cm, A_B=1cm]{\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{1}{2}, m_A=2m_B} \frac{E_A}{E_B} = 2 \times 2^2 \times (\frac{1}{2})^2 = 2$$

۵۸ – گزینه ۴ در کتاب درسی و در توضیح پدیدهٔ تشدید که در بخش پایانی فصل حرکت هماهنگ ساده آمده است، بیان شده که وقتی یک آونگ ساده شروع به نوسان می‌کند، انرژی آن به آونگ‌های دیگر منتقل شده و آن‌ها را به حرکت در می‌آورد، ولی بیش‌ترین انرژی به آونگ مشابه منتقل می‌شود. به این حالت، تشدید گفته می‌شود و به همین دلیل آونگ مشابه دیرتر از بقیهٔ آونگ‌ها می‌ایستد.

۵۹ – گزینه ۴ طبق رابطهٔ دورهٔ آونگ $(T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$ برای آنکه دورهٔ آونگ‌ها یکسان شود و به تشدید درآیند می‌توان طول آونگ B را کاهش داد و یا با یک آهنربا نیروی وارد بر آونگ B و ر نتیجه (g) را افزایش دهیم تا تشدید رخ دهد.

۶۰ – گزینه ۲ زمانی تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی نوسانگر با بسامد طبیعی نوسانگر A برابر شود. طبق رابطهٔ $T = \frac{1}{f}$ می‌توان گفت دورهٔ حرکت برابر بین دو نوسانگر باعث می‌شود

تشدید رخ دهد.

$$T_A = ۲\pi\sqrt{\frac{m_A}{k_A}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۲}{۴۰۰}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۲۰۰}}s \ , \ T_B = ۲\pi\sqrt{\frac{m_B}{k_B}} = ۲\pi\sqrt{\frac{\frac{۳}{۲}}{۳۰۰}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۲۰۰}}s$$

$$T_C = ۲\pi\sqrt{\frac{m_C}{k_C}} = ۲\pi\sqrt{\frac{\frac{۵}{۲}}{۵۰۰}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۲۰۰}}s$$

$$T_D = ۲\pi\sqrt{\frac{m_D}{k_D}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۳}{۲۰۰}}s$$

بین نوسان‌گرهای A، B و C به‌علت دورهٔ حرکت برابر و در نتیجه بسامد یکسان تشدید رخ می‌دهد.

۶۱ - گزینه ۱ نکته: شرط رخ دادن پدیدهٔ تشدید بین دو نوسانگر برابر شدن دورهٔ نوسان آن دو نوسانگر است.

$$T_A = T_B \Rightarrow ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{L}{g} = \frac{m}{k} \Rightarrow L \propto \frac{۱}{k} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \propto \frac{۱}{k} \Rightarrow k$$ ۲ برابر :

۶۲ - گزینه ۳ می‌دانیم اگر بسامد طبیعی یک سازه با بسامد ارتعاش زمین‌لرزه بهم نزدیک و یا مساوی باشند، پدیده تشدید رخ می‌دهد. یعنی سازه با حداکثر دامنهٔ ممکن شروع به ارتعاش می کند.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۱۰ - ۱	۱۹ - ۴	۲۸ - ۴	۳۷ - ۴	۴۶ - ۲	۵۵ - ۴
۲ - ۴	۱۱ - ۱	۲۰ - ۲	۲۹ - ۱	۳۸ - ۱	۴۷ - ۴	۵۶ - ۴
۳ - ۲	۱۲ - ۳	۲۱ - ۴	۳۰ - ۳	۳۹ - ۲	۴۸ - ۱	۵۷ - ۳
۴ - ۲	۱۳ - ۲	۲۲ - ۲	۳۱ - ۲	۴۰ - ۲	۴۹ - ۲	۵۸ - ۴
۵ - ۲	۱۴ - ۳	۲۳ - ۴	۳۲ - ۲	۴۱ - ۱	۵۰ - ۳	۵۹ - ۴
۶ - ۱	۱۵ - ۳	۲۴ - ۴	۳۳ - ۲	۴۲ - ۳	۵۱ - ۳	۶۰ - ۲
۷ - ۲	۱۶ - ۴	۲۵ - ۱	۳۴ - ۳	۴۳ - ۱	۵۲ - ۲	۶۱ - ۱
۸ - ۲	۱۷ - ۱	۲۶ - ۲	۳۵ - ۱	۴۴ - ۴	۵۳ - ۴	۶۲ - ۳
۹ - ۲	۱۸ - ۳	۲۷ - ۱	۳۶ - ۴	۴۵ - ۱	۵۴ - ۲	